अध्याय - 10 Conic - Sections शंकु - परिच्छेद

★ **Circle :-** A circle is the locus of a point which moves in a plane such that its distance from a fixed point in the plane is a constant.

The fixed point is called the centre and the constant distance is called the radius of the circle.

★ **Standard equation of a circle :-** Equation of a circle having centre (h,k) and radius 'a' is

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = a^2 .$$

If centre is at the origin (0,0), then the equation of the circle with radius 'a' is

$$x^2 + y^2 = a^2$$

★ When the circle passes through the origin, then equation of circle is $x^2 + y^2 - 2hx - 2ky = 0$

★ When the centre lies on x-axis, then equation of the circle is $(x - h)^2 + y^2 = a^2$

★ When the centre lies on y-axis, then equation of the circle is $x^2 + (y-k)^2 = a^2$

★ When the circle touches x-axis, then equation of circle is $(x-h)^2 + (y-k)^2 = |k|^2$ $[\because a = |k|]$

★ When the circle touches y-axis, then equation of circle is $(x-h)^2 + (y-k)^2 = |h|^2$ $[\because a = |h|]$

★ When the circle touches both the axes, then equation of circle is $(x \mp a)^2 + (y \mp a)^2 = a^2$

★ The general equation of a circle having centre (h,k) and radius 'a' is $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$, where $g = -h, f = -k$ and $c = h^2+k^2-a^2$.

★ The equation $x^2+y^2+2gx+2fy+c = 0$ is called the general equation of a circle with centre $(-g,-f)$ and radius $\sqrt{g^2+f^2-c}$

★ Let (x_1,y_1) and (x_2,y_2) be the end points of the diameter of a circle. Then, equation of circle drawn on the diameter is

$$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0.$$

★ Condition that the line $y = mx + c$ is tangent to the circle $x^2 + y^2=a^2$ is given by $c = \pm a\sqrt{1+m^2}$

★ **PARABOLAS**

Main Facts About All Types Of Parabolas

Parabola (Equation)	Focus	Vertex	Equation of directrix	Equation of axis	Length of letus rectum
(i) $y^2 = 4ax$, $a>0$ (Right-handed)	$(a,0)$	(0,0)	$x+a=0$	$y=0$	$4a$
(ii) $y^2 = -4ax$, $a>0$ (Left-handed)	$(-a,0)$	(0,0)	$x-a=0$	$y=0$	$4a$
(iii) $x^2 = 4ay$, $a>0$ (Upward)	$(0,a)$	(0,0)	$y+a=0$	$x=0$	$4a$
(iv) $x^2 = -4ay$, $a>0$ (Downward)	$(0,-a)$	(0,0)	$y-a=0$	$x=0$	$4a$

Main Facts About Horizontal And Vertical Ellipse

Properties	Horizontal Ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $0<b<a$ and $c^2=a^2-b^2$	Vertical Ellipse $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ $0<b<a$ and $c^2=a^2-b^2$
(i) centre	(0,0)	(0,0)
(ii) Vertices	$(\pm a,0)$	$(0,\pm a)$
(iii) Foci	$(\pm c,0)$ or $(\pm ae,0)$	$(0,\pm c)$ or $(0,\pm ae)$
(iv) Length of major axis	$2a$	$2a$
(v)Length of minor axis	$2b$	$2b$
(vi) Equation of the major axis	$y = 0$	$x=0$
(vii)Equation of the minor axis	$x=0$	$y=0$

(viii)Length of the latus rectum	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2b^2}{a}$
(ix)Eccentricity (e)	$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$	$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$

Main Facts About Horizontal And Vertical Hyperbola

Properties	Horizontal Hyperbola $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	Vertical Hyperbola $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$
(i) Centre	(0,0)	(0,0)
(ii) Foci	$(\pm c,0)$or$(\pm ae,0)$	$(0,\pm c)$or$(0,\pm ae)$
(iii) Vertices	$(\pm a,0)$	$(0,\pm a)$
(iv) Length of transverse - axis	$2a$	$2a$
(v) Length of conjugate axis	$2b$	$2b$
(vi) Equation of transverse axis	$y=0$	$x=0$
(vii) Equation of conjugate axis	$x=0$	$y=0$
(viii)Eccentricity(e)	$c=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$	$c=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$
(ix)Length of latus rectum	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2b^2}{a}$

★ **वृत** :– समतल मे किसी स्थिर बिंदु से निश्चित दूरी रखते हुए चलने वाले बिंदु के बिंदुपथ (locus) को वृत कहते हैं।

स्थिर बिंदु को वृत का केन्द्र तथा निश्चित दूरी को वृत की त्रिज्या कहते हैं।

★ **वृत का मानक समीकरण :-** यदि किसी वृत का केन्द्र (h,k) और त्रिज्या 'a' है तो वृत का समीकरण

$(x-h)^2+(y-k)^2=a^2$ होता है।

यदि केन्द्र मूल बिन्दु (0,0) और त्रिज्या 'a' तो समीकरण

$x^2+y^2=a^2$ होता है।

★ यदि वृत मूल बिन्दु (0,0) से गुजरता है तो वृत का समीकरण

$x^2+y^2-2hx-2ky=0$ होता है।

★ यदि वृत का केन्द्र x-अक्ष पर हो,तो वृत का समीकरण

$(x-h)^2+y^2=a^2$ होता है ।

★ यदि वृत का केन्द्र y-अक्ष पर हो,तो वृत का समीकरण

$x^2+(y-k)^2=a^2$ होता है।

★ यदि वृत x-अक्ष को स्पर्श करता है,तो वृत का समीकरण

$(x-h)^2+(y-k)^2=|k|^2, [\because a=|k|]$ होता है।

★ यदि वृत y-अक्ष को स्पर्श करता है,तो वृत का समीकरण

$(x-h)^2+(y-k)^2=|h|^2, [\because a=|h|]$ होता है।

★ यदि वृत दोनों अक्षों को स्पर्श करता है तो वृत का समीकरण

$(x\mp a)^2+(y\mp a)^2=a^2$ होता है।

★ उस वृत का जिसका केन्द्र (h,k) और त्रिज्या 'a' हो, व्यापक समीकरण $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ होता है,जहाँ $g=-h, f=-k$ तथा $c=h^2+k^2-a^2$.

★ समीकरण $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ को वृत का व्यापक समीकरण कहा जाता है जिसका केन्द्र $(-g,-f)$ तथा त्रिज्या $\sqrt{g^2+f^2-c}$ होती है।

★ माना कि वृत के किसी व्यास के सिरों के नियामक (x_1,y_1) तथा (x_2,y_2) है,तो उस वृत का समीकरण $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$ होता है।

★ सरल रेखा $y=mx+c$, वृत $x^2+y^2=a^2$ को स्पर्श करती है तो $c=\pm a\sqrt{1+m^2}$ होता है।

परवलय

सभी प्रकार के परवलय के लिए मुख्य तथ्य

परवलय का समीकरण	नाभि	शीर्ष	नियता का समीकरण	अक्ष का समीकरण	नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई
(i) $y^2=4ax$, $a>0$ (Right-handed)	$(a,0)$	(0,0)	$x+a=0$	$y=0$	$4a$
(ii) $y^2=-4ax$, $a>0$ (Left-handed)	$(-a,0)$	(0,0)	$x-a=0$	$y=0$	$4a$

(iii) $x^2=4ay$, $a>0$ (Upward)	$(0,a)$	(0,0)	$y+a=0$	$x=0$	$4a$
(iv) $x^2=-4ay$, $a>0$ (Downward)	$(0,-a)$	(0,0)	$y-a=0$	$x=0$	$4a$

★ <u>क्षैतिज और उर्ध्वाधर दीर्घवृत के मुख्य तथ्य</u>

गुण	क्षैतिज दीर्घवृत $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 0<b<a तथा $c^2=a^2-b^2$	उर्ध्वाधर दीर्घवृत $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ 0<b<a तथा $c^2=a^2-b^2$
(i) केन्द्र	(0,0)	(0,0)
(ii) शीर्ष	(±a,0)	(0,±a)
(iii) नाभि	(±c,0) या (±ae,0)	(0,±c) या (0,±ae)
(iv) दीर्घ अक्ष की लम्बाई	2a	2a
(v)लघु अक्ष की लम्बाई	2b	2b
(vi) दीर्घ अक्ष का समीकरण	$y=0$	$x=0$
(vii)लघु अक्ष का समीकरण	$x=0$	$y=0$
(viii)नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2b^2}{a}$
(ix)उत्केन्द्रता (e)	$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$	$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$

★ क्षैतिज और उर्ध्वाधर अतिपरवलय के मुख्य तथ्य

गुण	क्षैतिज अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	उर्ध्वाधर अतिपरवलय $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$
(i) केन्द्र	(0,0)	(0,0)
(ii) नाभि	$(\pm c,0)$या$(\pm ae,0)$	$(0,\pm c)$या$(0,\pm ae)$
(iii) शीर्ष	$(\pm a,0)$	$(0,\pm a)$
(iv)अनुप्रस्थ-अक्ष की लम्बाई	2a	$2a$
(v) संयुग्मी-अक्ष का समीकरण	2b	2b
(vi)अनुप्रस्थ-अक्ष का समीकरण	$y=0$	$x=0$
(vii)संयुग्मी-अक्ष का समीकरण	$x=0$	y=0
(viii)उत्केन्द्रता (e)	$c=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$	$c=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}$
(ix) नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2b^2}{a}$

Multiple Choice Questions
(बहु विकल्पीय प्रश्न)

1. Equation of circle with centre (2,4) and radius 5 is
केन्द्र (2,4) एवं त्रिज्या 5 वाले वृत का समीकरण है :-

(a) $x^2+y^2+4x-8y-5=0$
(b) $x^2+y^2-4x+8y-5=0$
(c) $x^2+y^2-4x-8y-5=0$
(d) $x^2+y^2+4x+8y+5=0$

2. Equation of circle with centre (0,0) and radius 4 is
केन्द्र (0,0) एवं त्रिज्या 4 वाले वृत का समीकरण है :-

(a) $x^2-y^2=16$ (b) $x^2+y^2=16$
(c) $x^2+y^2=16$ (d) $x^2-y^2=4$

3. Centre of the circle $(x-3)^2+(y-1)^2=9$ is
वृत $(x-3)^2+(y-1)^2=9$ का केन्द्र है :-

(a) (-3,1) (b) (3,1)
(c) (3,-1) (d) (-3,-1)

4. The centre of the circle $x^2+y^2-6x+4y-12=0$ is
वृत $x^2+y^2-6x+4y-12=0$ का केन्द्र है :-

(a) (-3,2) (b) (3,2)
(c) (3,-2) (d) (-3,-2)

5. Radius of the circle $x^2+y^2-4x+2y-45=0$ is
वृत $x^2+y^2-4x+2y-45=0$ की त्रिज्या है :-

(a) $5\sqrt{2}$ units (b) $4\sqrt{2}$ units
(c) $3\sqrt{5}$ units (d) $4\sqrt{5}$ units

6. The centre of a circle is C(2,-5) and the circle passes through the point A(3,2). The equation of circle is

(a) $x^2+y^2-4x+10y-21=0$
(b) $x^2+y^2+4x+6y-21=0$
(c) $x^2+y^2-4x-10y+21=0$
(d) none of these

बिंदु A(3,2) से गुजरने वाले वृत, जिसका केन्द्र C(2,-5) है का समीकरण होगा

(a) $x^2+y^2-4x+10y-21=0$
(b) $x^2+y^2+4x+6y-21=0$

(c) $x^2+y^2-4x-10y+21=0$
(d) इनमें से कोई नहीं

7. For the circle $(x+5)^2+(y-3)^2=20$, the centre and radius are respectively

(a) $(5,-3), 2\sqrt{5}$ (b) $(-5,3), 5\sqrt{2}$
(c) $(-5,3), 2\sqrt{5}$ (d) none of these

वृत $(x+5)^2+(y-3)^2=20$ के लिए, केन्द्र एवं त्रिज्या क्रमशः हैं :-

(a) $(5,-3),2\sqrt{5}$ (b) $(-5,3),5\sqrt{2}$
(c) $(-5,3),2\sqrt{5}$ (d) इनमें से कोई नहीं

8. If A(-1,3) and B(α,β) be the extremities of the diameter of the circle $x^2+y^2-6x+5y-7=0$,then
यदि A(-1,3) एवं B(α,β), वृत $x^2+y^2-6x+5y-7=0$ के व्यास के छोर बिंदु हैं तो

(a) $\alpha=-7, \beta=8$ (b) $\alpha=7, \beta=-8$
(c) $\alpha=-6, \beta=7$ (d) $\alpha=6, \beta=-7$

9. Centre of the circle $2x^2+2y^2-6x+8y+1=0$ is
वृत $2x^2+2y^2-6x+8y+1=0$ का केन्द्र है

(a) $(\frac{3}{2},2)$ (b) $(3,-4)$
(c) $(\frac{3}{2},-2)$ (d) $(-\frac{3}{2},2)$

10. The equation of the circle whose diameter is the join of the points (x_1,y_1) and (x_2,y_2) is
उस वृत का समीकरण जिसके व्यास के सिरों के नियामक (x_1,y_1) एवं (x_2,y_2) हैं, होगा

(a) $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$
(b) $(x-x_1)(y-y_1)+(x-x_2)(y-y_2)=0$
(c) $(x-x_1)(y-y_2)+(x-x_2)(y-y_1)=0$
(d) $(x-x_1)(x_2-x_1)=(y-y_1)(y_2-y_1)$

11. The equation of the circle whose diameter is the join of the points (3,4) and (5,9) is
उस वृत का समीकरण जिसके व्यास के सिरों के नियामक (3,4) एवं (5,9) है, होगा

(a) $(x-3)(x+5)+(y-4)(y+9)=0$
(b) $(x-3)(x-5)+(y-4)(y-9)=0$
(c) $(x-3)(x-5)+(y+4)(y-9)=0$
(d) $(x-3)(x-5)+(y+4)(y+9)=0$

12. If (4,1) is an extremity of a diameters of the circle $x^2+y^2-2x+6y-15=0$, then co-ordinates of other extremity of the diameter are is
यदि वृत $x^2+y^2-2x+6y-15=0$ के व्यास के एक सिरे का नियामक (4,1) है तो दूसरे सिरे का नियामक है

(a) (2,-7) (b) (-2,-7)
(c) (-2,7) (d) (2,7)

13. The equation of the circle whose radius is 4 and centre is (-5,-6), will be
उस वृत का समीकरण जिसकी त्रिज्या 4 एवं केन्द्र(-5,-6) है, होगा

(a) $x^2+y^2-10x+12y+45=0$
(b) $x^2+y^2+10x-12y-45=0$
(c) $x^2+y^2+10x+12y+45=0$
(d) $x^2+y^2+10x-12y+45=0$

14. For what value of k, $4x^2+ky^2-2x-9=0$ is an equation of the circle :-
k के किस मान के लिए $4x^2+ky^2-2x-9=0$ एक वृत का समीकरण है-

(a) 0 (b) 4
(c) 9 (d) -9

15. The radius of the circle $4x^2+4y^2-10x+5y+5=0$ is
वृत $4x^2+4y^2-10x+5y+5=0$ की त्रिज्या है :-

(a) $\frac{3\sqrt{5}}{8}$ (b) $\frac{3\sqrt{5}}{7}$
(c) $3\sqrt{5}$ (d) 5

16. The centre of the circle passing through the points (0,0),(a,0) and (0,b) is
बिन्दुओं (0,0),(a,0) एवं (0,b) से गुजरने वाले वृत का केन्द्र है :-

(a) (a,b) **(b)** $(\frac{a}{2},\frac{b}{2})$
(c) $(-\frac{a}{2},-\frac{b}{2})$ **(d)** (-a,-b)

17. The centre of the circle $(x-a)(x-c)+(y-b)(y-d)=0$ is
वृत $(x-a)(x-c)+(y-b)(y-d)=0$ का केन्द्र है :-

(a) (a,b) (b) (c,d)
(c) $(\frac{a+c}{2},\frac{b+d}{2})$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

18. The circle $x^2+y^2+4x-7y+12=0$ cuts an intercept on Y-axis of length
वृत $x^2+y^2+4x-7y+12=0$ द्वारा Y-अक्ष पर काटे गये अन्तःखण्ड की लम्बाई है :-

(a) 3 (b) 4
(c) 7 (d) 1

19. The straight line y=mx+c cuts the circle $x^2+y^2=a^2$ in real points if
सरल रेखा y=mx+c, वृत $x^2+y^2=a^2$ को वास्तविक बिन्दुओं पर काटती है, यदि

(a) $\sqrt{a^2(1+m^2)} < c$
(b) $\sqrt{a^2(1-m^2)} > c$
(c) $\sqrt{a^2(1+m^2)} > c$
(d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

20. If $3x+4y+k=0$ touches the circle $x^2+y^2=16$, then k is equal to
यदि $3x+4y+k=0$, वृत $x^2+y^2=16$ को स्पर्श करती है तो k का मान है

(a) 20 (b) 5
(c) 10 (d) none of these

(इनमें से कोई नहीं)

21. The area of the circle centred at (1,2) and passing through the point (4,6) is

(a) 5π units^2 (b) 10π units^2
(c) 25π units^2 (d) none of these

बिन्दु (4,6) से गुजरने वाली एवं केन्द्र (1,2) वाले वृत का क्षेत्रफल है :-

(a) 5π वर्ग इकाई (b) 10π वर्ग इकाई
(c) 25π वर्ग इकाई (d) इनमें से कोई नहीं

22. The equation of a circle with origin as centre and passing through the vertices of an equilateral triangle whose median is of length 3a is
उस वृत का समीकरण जिसका केन्द्र (0,0) है एवं जो एक ऐसे समबाहु त्रिभुज के शीर्षों से गुजरती है जिसके माध्यिका की लम्बाई 3a है, होगा

(a) $x^2+y^2=9a^2$ (b) $x^2+y^2=16a^2$
(c) $x^2+y^2=4a^2$ (d) $x^2+y^2=a^2$

23. Equation of circle which touches the both axis in first quardrant and whose radius is a, will be
उस वृत का समीकरण जो दोनों अक्षों को प्रथम चतुर्थांश में स्पर्श करती है तथा त्रिज्या a है, होगा :-

(a) $x^2+y^2-2ax-2ay+a^2=0$
(b) $x^2+y^2-2ax-2ay-a^2=0$
(c) $x^2+y^2+2ax-2ay+a^2=0$
(d) $x^2+y^2+2ax+2ay+a^2=0$

24. For the parabola $y^2=8x$, the focus and vertex are respectively

(a) F (2,0) and O (0,0)
(b) F (-2,0) and O (0,0)
(c) F (4,0) and O (0,0)
(d) F (-4,0) and O (0,0)

परवलय $y^2=8x$ के लिए नाभि एवं शीर्ष क्रमशः हैं :-

(a) F (2,0) और O (0,0)
(b) F (-2,0) और O (0,0)
(c) F (4,0) और O (0,0)
(d) F (-4,0) और O (0,0)

25. In the parabola $y^2=-12x$, the focus and the equation of directrix are respectively

(a) F (3,0), $x=-3$ (b) F (-3,0), $x=3$
(c) F (-3,0), $x=-3$ (d) none of these

परवलय $y^2=-12x$ में नाभि का नियामक एवं नियता का समीकरण क्रमशः हैं :-

(a) F (3,0), $x=-3$ (b) F (-3,0), $x=3$
(c) F (-3,0), $x=-3$ (d) इनमें से कोई नहीं

26. For the parabola $y^2=8x$, the focus and the equation of directrix are respectively
परवलय $y^2=8x$ के लिए नाभि का नियामक एवं नियता का समीकरण क्रमशः हैं :-

(a) F (-2,0), $x=2$ (b) F (2,0), $x=-2$
(c) F (2,0), $x=2$ (d) F (-2,0), $x=-2$

27. For the parabola $x^2=-16y$, the focus and the equation of directrix are respectively,

(a) F (0,4), y=4 (b) F (0,-4), y=4
(c) F (0,4), y=-4 (d) none of these

परवलय $x^2=-16y$ के लिए नाभि का नियामक एवं नियता का समीकरण क्रमशः हैं :–

(a) F (0,4), y=4 (b) F (0,-4), y=4
(c) F (0,4), y=-4 (d) इनमें से कोई नहीं

28. For the parabola $x^2=6y$, the focus and the equation of directrix are respectively

(a) F $(0,-\frac{3}{2})$, $y=\frac{3}{2}$ (b) F $(0,\frac{3}{2})$, $y=\frac{3}{2}$
(c) F $(0,\frac{3}{2})$, $y=-\frac{3}{2}$ (d) none of these

परवलय $x^2=6y$ के लिए नाभि का नियामक एवं नियता का समीकरण क्रमशः हैं :–

(a) F $(0,-\frac{3}{2})$, $y=\frac{3}{2}$ (b) F $(0,\frac{3}{2})$, $y=\frac{3}{2}$
(c) F $(0,\frac{3}{2})$, $y=-\frac{3}{2}$ (d) इनमें से कोई नहीं

29. If the parabola $y^2=4ax$ passes through the point (3,2), then the length of its latus rectum is
यदि परवलय $y^2=4ax$, बिन्दु (3,2) से गुजरता है तो नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई है :–

(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{4}{3}$ (d) 4

30. If A(2,0) is the vertex and the y-axis is the directrix of a parabola , then its focus is
यदि किसी परवलय का शीर्ष A(2,0) एवं नियता y-अक्ष है तो, नाभि का नियामक है

(a) F(2,0) (b) F(-2,0)
(c) F(4,0) (d) F(-4,0)

31. The equation of a parabola with vertex at O(0,0) and focus at F(0,2) is

यदि एक परवलय के शीर्ष O(0,0) एवं नाभि F(0,2) है, तो उसका समीकरण है

(a) $y^2=8x$ (b) $x^2=8y$
(c) $y^2=4x$ (d) $x^2=4y$

32. Equation of the parabola with focus (2,0) and directrix $x=-2$ is
नाभि (2,0) एवं नियता $x=-2$ is वाले परवलय का समीकरण है :–

(a) $x^2=8y$ (b) $y^2=4x$
(c) $x^2=4y$ (d) $y^2=8x$

33. The equation of a parabola having focus (-3,0)

and directrix x=3 is
नाभि (-3,0) एवं नियता x=3 वाले परवलय का समीकरण है :–

(a) $y^2=12x$ (b) $y^2=-12x$
(c) $x^2=12y$ (d) $x^2=-12y$

34. The equation of the parabola with vertex at the origin and directrix y=2 is
शीर्ष (0,0) एवं नियता y=2 वाले परवलय का समीकरण है :–

(a) $y^2=8x$ (b) $y^2=-8x$
(c) $y^2=\sqrt{8}\,x$ (d) $x^2=-8y$

35. Find the length of latus rectum of the parabola $y^2=8x$
परवलय $y^2=8x$ के नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई ज्ञात करें :–

(a) 8 (b) 4
(c) 16 (d) 2

36. The equation of an ellipse is $9x^2+16y^2=144$, length of its major axis is
एक दीर्घवृत का समीकरण $9x^2+16y^2=144$ है तो इसके दीर्घ–अक्ष की लम्बाई है:–

(a) 16 (b) 9
(c) 8 (d) 6

37. The equation of an ellipse is $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$, length of its minor axis is
एक दीर्घवृत का समीकरण $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ है तो इसके लघु–अक्ष की लम्बाई है:–

(a) 16 (b) 9
(c) 8 (d) 6

38. The equation of an ellipse is $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$, co-ordinates of its vertices are

(a) (±4,0) (b) (±6,0)
(c) $(\pm 2\sqrt{5},0)$ (d) none of these

एक दीर्घवृत का समीकरण $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{16}=1$ है, तो इसके शीर्षों के नियामक हैं :–

(a) (±4,0) (b) (±6,0)
(c) $(\pm 2\sqrt{5},0)$ (d) इनमें से कोई नहीं

39. Co-ordinates of foci of ellipse $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ are
दीर्घवृत $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ के नाभि के नियामक हैं :–

(a) (±4,0) (b) (±3,0)
(c) (±5,0) (d) $(\pm\sqrt{7},0)$

40. Eccentricity of the ellipse $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ is
दीर्घवृत $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ का उत्केन्द्रता है :–

(a) $\frac{5}{4}$ (b) $\frac{3}{4}$
(c) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ (d) $\frac{3}{4}$

41. Length of latus rectum of the ellipse $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ is
दीर्घवृत $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ के नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई है :–

(a) 6 (b) $\frac{9}{2}$
(c) $\frac{32}{3}$ (d) $\frac{4}{3}$

42. Length of latus rectum of the ellipse $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ is
दीर्घवृत $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$ के नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई है–

(a) 6 (b) $\frac{9}{2}$
(c) $\frac{32}{3}$ (d) $\frac{4}{3}$

43. Eccentricity of the ellipse $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$ is
दीर्घवृत $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$ का उत्केन्द्रता है :–

(a) $\frac{3}{2}$ (b) $\frac{2}{3}$
(c) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (d) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

*** Equation of an ellipse is $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{36}=1$, then answer the following (Q. 44 - 49)**
किसी दीर्घवृत का समीकरण $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{36}=1$ है, तो निम्न प्रश्नों के उत्तर दें **(Q.44 - 49)**

44. Length of major axis is
दीर्घ–अक्ष की लम्बाई है :–

(a) 2 (b) 6
(c) 4 (d) 12

45. Length of minor axis is
लघु–अक्ष की लम्बाई है :–

(a) 2 (b) 6
(c) 4 (d) 12

46. Co-ordinates of its vertices are
इसके शीर्षों के नियामक हैं :–

(a) (0,±2) (b) (0,±6)
(c) (±2,0) (d) (±6,0)

47. Co-ordinates of its foci are
इसके नाभियों के नियामक हैं :–

(a) $(0,\pm 4\sqrt{2})$ (b) $(\pm 4\sqrt{2},0)$

(c) (0,±4) (d) (±4,0)

48. Eccentricity, *e*=
उत्केन्द्रता, *e*=

(a) $2\sqrt{2}$ (b) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

(c) $\frac{3}{2\sqrt{2}}$ (d) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

49. Length of latus rectum is
नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई है :–

(a) $\frac{4}{3}$ (b) 36

(c) 9 (d) $\frac{1}{9}$

50. The vertices of an ellipse are (±5,0) and its foci are (±4,0). The equation of the ellipse is

(a) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ (b) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$

(c) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ (d) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$

किसी दीर्घवृत के शीर्ष (±5,0) तथा नाभि (±4,0) हैं, तो दीर्घवृत का समीकरण है :–

(a) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ (b) $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}=1$

(c) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$ (d) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1$

51. The foci of an ellipse are (±4,0) and its eccentricity is $\frac{1}{3}$. The equation of the ellipse is

(a) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ (b) $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{128}=1$

(c) $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{81}=1$ (d) none of these

किसी दीर्घवृत के नाभि के नियामक (±4,0) हैं तथा इसकी उत्केन्द्रता $\frac{1}{3}$ है। दीर्घवृत का समीकरण है

(a) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$ (b) $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{128}=1$

(c) $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{81}=1$ (d) इनमें से कोई नहीं

52. The vertices of an ellipse are (0,±13) and its foci are (0,±5). The equation of the ellipse is

(a) $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ (b) $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{25}=1$

(c) $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{169}=1$ (d) none of these

एक दीर्घवृत के शीर्षों के नियामक (0,±13) तथा नाभि के नियामक (0,±5) हैं तो दीर्घवृत का समीकरण है :–

(a) $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ (b) $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{25}=1$

(c) $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{169}=1$ (d) इनमें से कोई नहीं

53. If the length of minor axis of an ellipse is 16 and foci are (0,±6). The equation of ellipse is

(a) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{64}=1$ (b) $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$

(c) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$ (d) none of these

किसी दीर्घवृत के लघु–अक्ष की लम्बाई 16 है तथा नाभियों का नियामक (0,±6) है, तो दीर्घवृत का समीकरण है :–

(a) $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{64}=1$ (b) $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$

(c) $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{36}=1$ (d) इनमें से कोई नहीं

54. The length of major axis of an ellipse is 20 and foci are (0,±5). The equation of ellipse is

(a) $\frac{x^2}{75}+\frac{y^2}{100}=1$ (b) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{40}=1$

(c) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{100}=1$ (d) none of these

किसी दीर्घवृत के दीर्घ–अक्ष की लंबाई 20 है तथा नाभियों के नियामक (0 ± 5) हैं तो दीर्घवृत का समीकरण है :–

(a) $\frac{x^2}{75}+\frac{y^2}{100}=1$ (b) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{40}=1$

(c) $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{100}=1$ (d) इनमें से कोई नहीं

*** If equation of a hyperbola is $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$, then answer the following questions (Q. 55-60)**
किसी अतिपरवलय का समीकरण $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ है तो निम्न प्रश्नों के उत्तर दें (Q. 55-60)

55. Length of its transverse axis is
इसके अनुप्रस्थ–अक्ष की लम्बाई है :–

(a) 4 (b) 3

(c) 8 (d) 6

56. Length of its conjugate axis is
इसके संयुग्मी–अक्ष की लम्बाई है :–

(a) 4 (b) 3

(c) 8 (d) 6

57. Co-ordinates of its vertices are
शीर्षों के नियामक हैं :–

(a) (±3,0) (b) (±4,0)

(c) (0,±3) (d) (0,±4)

58. Co-ordinates of its foci are
नाभियों के नियामक हैं :–

(a) (±3,0) (b) (±4,0)

(c) (±5,0) (d) (0,±5)

59. Eccentricity (*e*) is equal to
उत्केन्द्रता (*e*) बराबर है :–

(a) $\frac{5}{4}$ (b) $\frac{5}{3}$

(c) $\frac{4}{3}$ (d) $\frac{3}{4}$

60. Length of latus rectum is
नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई है :–

(a) $\frac{32}{9}$ (b) $\frac{32}{3}$

(c) $\frac{9}{2}$ (d) none of these (इनमें से कोई नहीं)

61. The vertices of a hyperbola are (±2,0) and its foci are (±3,0). The equation of the hyperbola is

(a) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}=1$ (b) $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=1$

(c) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ (d) none of these

एक अतिपरवलय के शीर्षों के नियामक (±2,0) तथा नाभियों के नियामक (±3,0) हैं तो अतिपरवलय का समीकरण है :–

(a) $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}=1$ (b) $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=1$

(c) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$ (d) इनमें से कोई नहीं

*** If equation of a hyperbola is $9y^2-4x^2=36$. Answer the following questions (Q. 62-67)**
यदि किसी अतिपरवलय का समीकरण $9y^2-4x^2=36$ है निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दें :–

62. Length of its transverse axis is
इसके अनुप्रस्थ–अक्ष की लंबाई है :–

(a) 2 (b) 3
(c) 4 (d) 6

63. Length of its conjugate axis is
इसके संयुग्मी–अक्ष की लंबाई है :–

(a) 2 (b) 3
(c) 4 (d) 6

64. Co-ordinates of its vertices are
शीर्षों के नियामक हैं :–

(a) (0,±2) (b) (0,±3)
(c) (±2,0) (d) (±3,0)

65. Co-ordinates of its foci are
नाभियों के नियामक हैं :–

(a) $(\pm\sqrt{13},0)$ (b) $(0,\pm\sqrt{13})$
(c) (±3,0) (d) (0,±3)

66. Eccentricity (*e*) is equal to
उत्केन्द्रता (*e*) बराबर है :–

(a) $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (b) $\frac{\sqrt{13}}{2}$

(c) $\frac{2}{3}$ (d) $\frac{3}{2}$

67. Length of latus rectum is
नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई है :–

(a) 9 (b) -9

(c) $\frac{3}{2}$ (d) $\frac{9}{2}$

68. In the hyperbola $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ the value of b^2 in terms of a and eccentricity *e* is equal to
अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ में b^2 का मान a और उत्केन्द्रता (*e*) के पदों में है :–

(a) $a^2(1-e^2)$ (b) $a^2(e^2-1)$
(c) e^2-1 (d) $(e^2+1)a^2$

69. The length of latus rectum of hyperbola $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ is
अतिपरवलय $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ के नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई है :–

(a) $\frac{2b^2}{a}$ (b) $\frac{2b^2}{3a}$

(c) $\frac{2b^2}{a^2}$ (d) $\frac{-2b^2}{a^2}$

70. The length of latus rectum of the hyperbola $25x^2-36y^2=225$ is
अतिपरवलय $25x^2-36y^2=225$ के नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई है :–

(a) $\frac{25}{6}$ (b) $\frac{25}{7}$

(c) $\frac{25}{9}$ (d) $\frac{24}{7}$

71. The foci of hyperbola are (±5,0) and its transverse axis is of length 8. The equation of hyperbola is
एक अतिपरवलय की नाभियाँ (±5,0) हैं तथा इसके अनुप्रस्थ–अक्ष की लंबाई 8 है तो अतिपरवलय का समीकरण है :–

(a) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ (b) $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

(c) $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{16}=1$ (d) $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{25}=1$

72. The length of latus rectum of a hyperbola is 12 units and its foci are (±4,0). The equation of hyperbola is

(a) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{6}=1$ (b) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$

(c) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ (d) none of these

एक अतिपरवलय के नाभिलम्ब जीवा की लंबाई 12 इकाई है तथा इसके नाभियों के नियामक (±4,0) हैं तो अतिपरवलय का समीकरण है :—

(a) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{6}=1$ (b) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$

(c) $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$ (d) इनमें से कोई नहीं

73. The vertices of a hyperbola are (0,±3) and foci are (0,±5). The equation of the hyperbola is

(a) $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$ (b) $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$

(c) $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{25}=1$ (d) none of these

एक अतिपरवलय के शीर्षों के नियामक (0,±3) हैं तथा नाभियाँ (0,±5) हैं। अतिपरवलय का समीकरण है :—

(a) $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$ (b) $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{16}=1$

(c) $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{25}=1$ (d) इनमें से कोई नहीं

74. The vertices of a hyperbola are (0,±6) and its eccentricity is $\frac{5}{3}$. The equation of hyperbola is
एक अतिपरवलय के शीर्षों के नियामक (0,±6) हैं तथा उत्केन्द्रता $\frac{5}{3}$ है तो अतिपरवलय का समीकरण है :—

(a) $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{64}=1$

(b) $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{25}=1$

(c) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{64}=1$

(d) none of these(इनमें से कोई नहीं)

75. If one focus of hyperbola is (0,4) and length of transverse axis is 6. The equation of hyperbola is
यदि अतिपरवलय के अनुप्रस्थ–अक्ष की लंबाई 6 है तथा एक नाभि (0,4) है तो अतिपरवलय का समीकरण है :—

(a) $\frac{y^2}{9}-\frac{x^2}{7}=1$

(b) $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=1$

(c) $\frac{y^2}{4}-\frac{x^2}{9}=1$

(d) none of these(इनमें से कोई नहीं)

76. Foci of a hyperbola are (0,±6) and the length of conjugate axis is $2\sqrt{11}$. The equation of hyperbola is

(a) $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{11}=1$ (b) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{11}=1$

(c) $\frac{y^2}{25}-\frac{x^2}{11}=1$ (d) none of these

यदि अतिपरवलय के संयुग्मी अक्ष की लंबाई $2\sqrt{11}$ है, तथा नाभियों के नियामक (0,±6) है तो अतिपरवलय का समीकरण है :—

(a) $\frac{y^2}{36}-\frac{x^2}{11}=1$ (b) $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{11}=1$

(c) $\frac{y^2}{25}-\frac{x^2}{11}=1$ (d) इनमें से कोई नहीं

Very Short Answer Type Questions
(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. Find the equation of a circle with centre (-3,2) and radius 4 units.

   केन्द्र (-3,2) तथा त्रिज्या 4 इकाई वाले वृत का समीकरण ज्ञात करें।

2. Find the centre and radius of the circle $x^2+y^2+8x+10y-8=0$.

   वृत $x^2+y^2+8x+10y-8=0$ का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात करें।

3. Find the equation of a circle with centre (-a,-b) and radius $\sqrt{a^2-b^2}$.

   केन्द्र (-a,-b) तथा त्रिज्या $\sqrt{a^2-b^2}$ वाले वृत का समीकरण ज्ञात करें।

4. Find the centre and radius of the circle $(x+5)^2+(y-3)^2=36$.

   वृत $(x+5)^2+(y-3)^2=36$ का केन्द्र तथा त्रिज्या ज्ञात करें।

5. Find the equation of a parabola with focus at F(2,0) and directrix $x=-2$.

   नाभि (2,0) और नियता $x=-2$ वाले परवलय का समीकरण ज्ञात करें।

6. Find the equation of a parabola with vertex (0,0) and focus (0,2).

   एक परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (0,0) और नाभि (0,2) है।

7. Find the equation of an ellipse whose vertices are at (±13,0) and foci at (±5,0).

   उस दीर्घवृत का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों

के निर्देशांक (±13,0) तथा नाभियों के निर्देशांक (±5,0) हैं।

8. Find the equation of an ellipse whose vertices are (0,±5) and foci are (0,±3).

   उस दीर्घवृत का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के निर्देशांक (0,±5) तथा नाभियों के निर्देशांक (0,±3) हैं।

9. Find the equation of an ellipse in which b=3,c=4,centre=(0,0) and foci lie on x-axis.

   उस दीर्घवृत का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसमे b=3,c=4, केन्द्र =(0,0) तथा नाभियाँ x-अक्ष पर स्थित हैं।

10. Find the equation of hyperbola whose vertices are $(0,\frac{\pm\sqrt{11}}{2})$ and foci are (0,±3).

    उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके शीर्षों के नियामक $(0,\frac{\pm\sqrt{11}}{2})$ तथा नाभियों के नियामक (0,±3) हैं।

11. Find the equation of hyperbola whose foci are (±4,0) and length of latus rectum is 12.

    उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके नाभियों के निर्देशांक (±4,0) हैं तथा नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई 12 है।

12. Find the equation of hyperbola with foci $(0, \pm\sqrt{10})$ and passes through the point (2,3).

    उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके नाभियों के निर्देशांक $(0, \pm\sqrt{10})$ हैं तथा बिन्दु (2,3) से गुजरता है।

Short Answer Type Questions
(लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. If the equation of the two diameters of a circle are x+y-6=0 and x+2y-4=0 and radius of the circle is 10. Find the equation of the circle.

   यदि किसी वृत के दो व्यासों के समीकरण x+y-6=0 तथा x+2y-4=0 हैं तथा वृत की त्रिज्या 10 है। वृत का समीकरण ज्ञात करें।

2. Find the equation of the circle of radius 5, whose centre lies on x-axis and passes through the point (2,3).

   त्रिज्या 5 के उस वृत का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका केन्द्र x-अक्ष पर हो और जो बिन्दु (2,3) से जाता है।

3. Find the equation of the circle which is concentric with the circle $x^2+y^2-8x+12y+15=0$ and which passes through (5,4).

   उस वृत का समीकरण निकालिए जिसका केन्द्र वही है जो वृत $x^2+y^2-8x+12y+15=0$ का है और जो बिन्दु (5,4) से होकर जाता है।

4. Find the equation of the circle whose centre is (1,2) and which passes through the intersection of the lines 3x+y=14 and 2x+5y=18.

   उस वृत का समीकरण निकालिए जिसका केन्द्र (1,2) है तथा जो रेखाओं 3x+y=14 और 2x+5y=18 के छेदन बिन्दु से होकर जाता है।

5. Find the equation of the parabola with vertex at origin, symmetric with respect to y-axis and passing through(2,-3).

   उस परवलय का समीकरण ज्ञात करें जिसका शीर्ष मूल बिन्दु पर है, (2,-3) से गुजरता है तथा y-अक्ष के सापेक्ष सममित है।

6. Find the equation of the parabola passing through (2,3) with vertex at (0,0) and axis along x-axis.

   उस परवलय का समीकरण ज्ञात करें जो बिन्दु (2,3) से गुजरता है, शीर्ष (0,0) है तथा अक्ष x-अक्ष के अनुदिश है।

7. Find the equation of the ellipse having axes along the co-ordinate axes and passing through the points (4,3) and (-1,4).

   उस दीर्घवृत का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसके अक्ष निर्देशांक अक्षों के अनुदिश हैं तथा बिन्दुओं (4,3) एवं (-1,4) से गुजरता है।

8. Find the equation of the ellipse whose foci are (±4,0) and eccentricity $e=\frac{1}{3}$

   उस दीर्घवृत का समीकरण ज्ञात करें जिसके शीर्षों के नियामक (±4,0) हैं तथा उत्केन्द्रता $e=\frac{1}{3}$ है।

9. Find the equation of the hyperbola having $e=\frac{3}{2}$ and foci at (±3,0).

   उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात करें जिसका उत्केन्द्रता $e=\frac{3}{2}$ है और नाभियाँ (±3,0) हैं।

10. Find the equation of hyperbola whose foci are (0,±12) and length of latus rectum is 36.

    उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभियाँ (0,±12) हैं और नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई 36 हैं।

Long Answer Type Questions
(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

1. A circle has radius 3 units and its centre lies on $y=x-1$. Find the equation of the circle if it passes through (7,3).

   एक वृत जिसकी त्रिज्या 3 इकाई है, उसका केन्द्र सरल रेखा $y=x-1$ पर है। वृत का समीकरण ज्ञात करें यदि वह बिन्दु (7,3) से गुजरता है।

2. Find the equation of the circle passing through the points (2,3) and (-1,1) and whose centre lies on the line $x-3y-11=0$.

   उस वृत का समीकरण ज्ञात करें जो बिन्दुओं (2,3) और (-1,1) से गुजरता है जिसका केन्द्र रेखा $x-3y-11=0$ पर है।

3. Find the equation of a circle passing through the points (5,7),(6,6) and (2,-2). Find its centre and radius.

   उस वृत का समीकरण ज्ञात करें जो बिन्दुओं (5,7),(6,6) और (2,-2) से गुजरता है। इसका केन्द्र और त्रिज्या भी ज्ञात करें।

4. Find the equation of the ellipse with eccentricity $\frac{3}{4}$, foci on the y-axis, centre at the origin and passing through the point (6,4).

   उस दीर्घवृत का समीकरण ज्ञात करें जिसकी उत्केन्द्रता $\frac{3}{4}$ है, नाभियाँ y-अक्ष पर हैं, केन्द्र मूल–बिन्दु है तथा बिन्दु (6,4) से गुजरता है।

Multipule Choice Questions's Answer

1. c	2. b	3. b	4. c	5. a	6. a
7. c	8. b	9. c	10. a	11. b	12. b
13. c	14. b	15. a	16. b	17. c	18. d
19. c	20. a	21. c	22. c	23. a	24. a
25. b	26. b	27. b	28. c	29. c	30. c
31. b	32. d	33. b	34. d	35. a	36. c
37. d	38. b	39. d	40. c	41. b	42. b
43. d	44. d	45. c	46. b	47. a	48. b
49. a	50. a	51. b	52. c	53. d	54. a
55. c	56. d	57. b	58. c	59. a	60. c
61. c	62. c	63. d	64. a	65. b	66. b
67. a	68. b	69. a	70. a	71. a	72. c
73. b	74. a	75. a	76. c		

Very Short Answer Type Questions
(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. We have centre = (-3,2)

   radius = 4 units

   ∴ Equation of circle is

   $(x+3)^2+(y-2)^2=(4)^2$

   or, $x^2+6x+9+y^2-4y+4=16$

   or, $x^2+y^2+6x-4y-3=0$

2. Given circle is $x^2+y^2+8x+10y-8=0$

   Here $2g=8$, $2f=10$ and $c=-8$.

   ∴ $g=4$, $f=5$.

   ∴ Centre=(-g,-f)=(-4,-5).

   Radius$=\sqrt{g^2+f^2-c}=\sqrt{16+25+8}$

   $=\sqrt{49}=7$ units.

3. We have centre=(-a,-b) and radius$=\sqrt{a^2-b^2}$

   ∴ Equation is $(x+a)^2+(y+b)^2=(\sqrt{a^2-b^2})^2$

   or, $x^2+2ax+a^2+y^2+2by+b^2=a^2-b^2$

   ⇒ $x^2+y^2+2ax+2by+2b^2=0$.

4. Centre=(-5,3), radius=6.

5. Since the focus lies on the x-axis, so x-axis is the axis of the parabola.

   Focus (2,0) lies to the right hand side of origin.

   ∴ It is a right handed parabola.

   Let the required equation be $y^2=4ax$.

   ∴ Focus is (a,0). ∴ a=2

   Hence the required equation is $y^2=8x$.

6. We have vertex =(0,0) and Focus=(0,2).

   Since focus lies on y-axis, so y-axis is the axis of parabola.

   Also,the focus lies above x-axis

   ∴ It is a upward parabola.

   Let the equation of parabola be $x^2=4ay$.

   ∴ a=2

   Hence the required equation is $x^2=8y$.

7. Since the vertices of the ellipse lie on the x-axis .

   It is a horizontal ellipse.

   Let the equation of ellipse be $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

   Its vertices are (±13,0), ∴a=13.

   and foci are (±5,0). ∴c=5.

   Now, $b^2=a^2-c^2=13^2-5^2=169-25=144$.

   ∴ Required equation is $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$.

8. Since the vertices of the ellipse lie on the y-axis.

$\therefore$It is a vertical ellipse.

Let the equation of ellipse be $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$; $(a^2>b^2)$

Its vertices are $(0,\pm 5)$. $\therefore$ a=5.

and foci are $(0,\pm 3)$. $\therefore$ c=3.

Now, $b^2=a^2-c^2=5^2-3^2=25-9=16$.

$\therefore$ Required equation of ellipse is

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1.$$

9. Since foci lie on *x*-axis.

$\therefore$ Required ellipse is a horizontal ellipse.

Also, b=3, c=4.

$\therefore a^2=b^2+c^2=3^2+4^2=9+16=25$.

$\therefore$ Required equation is $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

10. Since vertices of the hyperbola are of the form $(0,\pm a)$. Hence it is a vertical hyperbola.

Let the required equation be $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$.

Since vertices are $(0,\pm\frac{\sqrt{11}}{2})$.

$\therefore a=\frac{\sqrt{11}}{2}$ $\quad\therefore a^2=\frac{11}{4}$.

and foci $=(0,\pm 3)$ $\quad\therefore$ c=3 $\therefore$ $c^2=9$.

Now, $b^2=c^2-a^2=9-\frac{11}{4}=\frac{25}{4}$.

$\therefore$ Required equation is $\frac{y^2}{\frac{11}{4}}-\frac{x^2}{\frac{25}{4}}=1$.

or, $\frac{4y^2}{11}-\frac{4x^2}{25}=1$.

11. Since foci are of the form $(\pm c,0)$.

Hence it is a horizontal hyperbola.

Let the required equation be $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

$\therefore$ Foci $=(\pm c,0)=(\pm 4,0)\Rightarrow c=4$.

$\therefore$ $c^2=16\Rightarrow a^2+b^2=16$ ....(i)

Now,length of latus rectum =12.

$\therefore \frac{2b^2}{a}=12\Rightarrow\frac{b^2}{a}=6$.

$\Rightarrow b^2=6a$. ....(ii)

$\therefore$ From (i), $a^2+6a=16\Rightarrow a^2+6a-16=0$

$\Rightarrow a^2+8a-2a-16=0\Rightarrow(a-2)(a+8)=0$

$\Rightarrow a=2$ $\quad(\because a\neq -8)$.

$\therefore$from (ii) $b^2=6\times 2=12$.

Hence required equation is $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$.

12. Since foci $=(0,\pm\sqrt{10})$. $\therefore$It is a vertical hyperbola .

Let its equation be $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$. ....(i)

Now, $c=\sqrt{10}\Rightarrow c^2=10\Rightarrow a^2+b^2=10$..........(ii)

Since (i) passes through the point (2,3).

$\therefore\frac{9}{a^2}-\frac{4}{b^2}=1$

$\Rightarrow\frac{9}{a^2}-\frac{4}{10-a^2}=1$ $\quad(\therefore$from (ii), $b^2=10-a^2)$.

$\Rightarrow\frac{9(10-a^2)-4a^2}{a^2(10-a^2)}=1\Rightarrow 90-9a^2-4a^2=a^2(10-a^2)$

$\Rightarrow 90-13a^2=10a^2-a^4\Rightarrow a^4-23a^2+90=0$.

$\Rightarrow(a^2-18)(a^2-5)=0$ but $a^2-18=0$ is not possible ,(by(ii))

$\Rightarrow a^2-5=0\Rightarrow a^2=5$. $\quad\therefore$From (i),$5+b^2=10$

$\Rightarrow b^2=5$.

Hence required equation is $\frac{y^2}{5}-\frac{x^2}{5}=1$.

Short Answer Type Questions (लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. Given diameters are $x+y-6=0$ ....(i)

and $x+2y-4=0$ ....(ii)

on solving (i)and(ii) by cross-multiplication, we get

$$\frac{x}{-4+12}=\frac{y}{-6+4}=\frac{1}{2-1}$$

$\Rightarrow\frac{x}{8}=\frac{y}{-2}=\frac{1}{1}\Rightarrow x=8, y=-2$

$\therefore$ points of intersection of diameters is (8,-2).

$\therefore$centre=(8,-2)

Also, radius=10.

$\therefore$Equation of circle is $(x-8)^2+(y+2)^2=100$.

or, $x^2-16x+64+y^2+4y+4-100=0$

or, $x^2+y^2-16x+4y-32=0$.

2. Since the centre lie on *x*-axis.

Let centre of circle be (h,0). Also radius=5.

$\therefore$ Equation of circle is $(x-h)^2+(y-0)^2=5^2$

or, $x^2-2hx+h^2+y^2=25$. ....(i)

Since it passes through the point (2,3).

$\therefore 2^2-2.h.2+h^2+3^2=25$

or, $h^2-4h+13-25=0$

or, $h^2-4h-12=0$

or, h^2-6h+2h-12=0

or, h(h-6)+2(h-6)=0

or, (h-6)(h+2)=0

$\Rightarrow$ h=-2 or 6.

Hence, required equations are

$x^2-2(-2).x+(-2)^2+y^2=25$.

or, $x^2-2.6x+6^2+y^2=25$

i.e. $x^2+y^2+4x-21=0$ or $x^2+y^2-12x+11=0$

3. Given circle is $x^2+y^2-8x+12y+15=0$

$\therefore$ its centre =(4,-6)

$\therefore$ centre of required circle = (4, –6).

Also, required circle passes through the point (5,4).

$\therefore$ its radius $=\sqrt{(4-5)^2+(-6-4)^2}$.

$=\sqrt{1+100}=\sqrt{101}$

$\therefore$ equation of required circle is

$(x-4)^2+(y+6)^2=(\sqrt{101})^2$.

or, $x^2-8x+16+y^2+12y+36=101$

or, $x^2+y^2-8x+12y-49=0$.

4. Given lines are $3x+y-14=0$ ....(i)

and $2x+5y-18=0$ ....(ii)

on solving (i)and(ii) by cross-multiplication,

$$\frac{x}{-18+70}=\frac{y}{-28+54}=\frac{1}{15-2}$$

or, $\frac{x}{52}=\frac{y}{26}=\frac{1}{13}\Rightarrow x=\frac{52}{13}, y=\frac{26}{13}$

$x=4$, $y=2$

$\therefore$ Point of intersection of (i)and(ii) is (4,2).

$\therefore$ Circle passes through the point (4,2) and centre is (1,2).

$\therefore$ radius $=\sqrt{(4-1)^2+(2-2)^2}$ =3 units

$\therefore$ equation of required circle is

$(x-1)^2+(y-2)^2=3^2$.

or, $x^2+y^2-2x-4y-4=0$.

5. We have, vertex of parabola is O(0,0). and symmetric about y-axis.

$\therefore$ Its equation is $x^2=4ay$ or $x^2=-4ay$.

Since the parabola passes through the point (2,–3).

$\therefore$ It is a downward parabola.

$\therefore$ Let its equation be $x^2=-4ay$.

It passes through the point (2,–3).

$\therefore 2^2=-4a(-3)$ $\Rightarrow$ 4=12a $\Rightarrow$ $a=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

$\therefore$ required equation is $x^2=-4\times\frac{1}{3}y=\frac{-4}{3}y$.

6. Since vertex=(0,0) and axis along x-axis.

$\therefore$ Equation of parabola is of the form $y^2=4ax$ or $y^2=-4ax$.

Since it passes through the point (2,3).

$\therefore$ It is a right-handed parabola.

$\therefore$ Let its equation be $y^2=4ax$.

It passes through the point (2,3).

$\therefore 3^2=4a.2$ $\Rightarrow 9=8a \therefore a=\frac{9}{8}$.

$\therefore$ Required equation is $y^2=4\times\frac{9}{8}x$

or, $4^2=\frac{9}{2}x$.

7. Let equation of ellipse be $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ....(i)

Since it passes through the points (4,3) and (-1,4).

$\therefore \frac{16}{a^2}+\frac{9}{b^2}=1$.....(ii) and $\frac{1}{a^2}+\frac{16}{b^2}=1$.....(iii)

on solving (ii) and (iii), we get $\frac{1}{a^2}=\frac{7}{247}$ and $\frac{1}{b^2}=\frac{15}{247}$.

$\therefore$ required equation is $\frac{7x^2}{247}+\frac{15y^2}{247}=1$.

8. Since foci=(±4,0).

$\therefore$ It is a horizontal ellipse.

we have c=4, $e=\frac{1}{3}$

$\therefore \frac{c}{a}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{4}{a}=\frac{1}{3}\Rightarrow a=12$.

Now, $b^2=a^2-c^2=12^2-4^2=144-16=128$.

$\therefore$ Required equation is $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{128}=1$.

9. We have foci = (±3,0).

$\therefore$ It is a horizontal hyperbola.

Now, c=3, $e=\frac{3}{2}$.

$\because \frac{c}{a}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{3}{a}=\frac{3}{2}\Rightarrow a=2$.

$\therefore b^2=c^2-a^2=3^2-2^2=9-4=5$.

$\therefore$ Equation of hyperbola is $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$.

10. We have foci = (0,±12).

$\therefore$ It is a vertical hyperbola.

Now, $c=12$ and $\frac{2b^2}{a} = 36 \Rightarrow b^2 = 18a$.

Now, $a^2=c^2-b^2=12^2-18a=144-18a$.

$\Rightarrow a^2+8a-144=0 \quad \Rightarrow (a+24)(a-6)=0$

$\Rightarrow a=6 \quad$ ($\because$ a is non-negative).

$\therefore a^2=36$ and $b^2=18a=18\times6=108$.

$\therefore$Required equation of hyperbola is

$$\frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{108} = 1.$$

Long Answer Type Questions
(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

1. Radius of the given circle =3.

Let centre of circle be (α,β).

$\therefore (\alpha,\beta)$ lies on the line $y=x-1$.

$\therefore \beta=\alpha-1. \quad$ ....(i)

Now,the equation of circle will be

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=3^2. \quad$ ......(ii)

Since the circle (ii) passes through the point (7,3).

$\therefore (7-\alpha)^2+(3-\beta)^2=9 \quad$ ....(iii)

Putting the value of β from equation (i) in (iii), we get

$(7-\alpha)^2+(3-\alpha+1)^2=9.$

or, $(7-\alpha)^2+(4-\alpha)^2=9.$

or, $49+\alpha^2-14\alpha+16+\alpha^2-8\alpha=9.$

or, $2\alpha^2-22\alpha+56=0$

or, $\alpha^2-11\alpha+28=0$

$\Rightarrow (\alpha-4)(\alpha-7)=0 \Rightarrow \alpha=4,7.$

$\therefore$from (i), $\beta=3$ or 6.

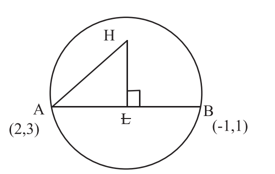
$\therefore$Centre of the circle is (4,3) or (7,6).

Hence from (ii) equations of the required circles will be

$(x-4)^2+(y-3)^2=9$ or, $(x-7)^2+(y-6)^2=9.$

i.e. $x^2+y^2-8x-6y+16=0$ or, $x^2+y^2-14x-12y+76=0.$

2. Let A=(2,3) and B=(-1,1).



Given line is $x-3y=11 \quad$ ....(i)

Let L be the mid-point of AB.

$\therefore$Co-ordinate of L=$\left(\frac{2-1}{2},\frac{3+1}{2}\right)$

$=\left(\frac{1}{2},2\right).$

$\therefore$ slope of AB $= \frac{3-1}{2+1} = \frac{2}{3}$.

Let H be the centre of circle ,

$\therefore HL \perp AB. \quad \therefore$ Slope of HL $= \frac{-3}{2}$.

Equation of HL is $\quad y-2=\frac{-3}{2}\left(x-\frac{1}{2}\right)$

or, $2y-4=-3x+\frac{3}{2}$

or, $3x+2y-4-\frac{3}{2}=0$

or, $6x+4y-11=0$

or, $6x+4y=11. \quad$ ....(ii)

$\therefore$centre H of the circle lies on line (i) and (ii).

$\therefore$ It is point of intersection of (i) and (ii).

on solving (i) and (ii), we get

$$x=\frac{7}{2} \text{ and } y=\frac{-5}{2}.$$

Centre H $= \left(\frac{7}{2},\frac{-5}{2}\right)$.

radius = HA $= \sqrt{\left(\frac{7}{2}-2\right)^2+\left(\frac{-5}{2}-3\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{121}{4}}$

$=\sqrt{\frac{130}{4}}=\sqrt{\frac{65}{2}}.$

Hence equation of the required circle is

$\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\left(y+\frac{5}{2}\right)^2=\left(\sqrt{\frac{65}{2}}\right)^2$

or, $\left(\frac{2x-7}{2}\right)^2+\left(\frac{2y+5}{2}\right)^2=\frac{65}{2}$

or,
$\frac{4x^2-28x+49}{4}+\frac{4y^2+20y+25}{4}=\frac{65}{2}$

or, $4x^2-28x+49+4y^2+20y+25=130$

or, $4x^2+4y^2-28x+20y-56=0$

or, $x^2+y^2-7x+5y-14=0.$

3. Let equation of the required circle be

$x^2+y^2+2gx+2fy+c=0 \quad$ ....(i)

Since (i) passes through the points (5,7),(6,6) and (2,-2).

$\therefore$ $10g+14f+74+c=0 \quad$ ....(ii)

$12g+12f+72+c=0 \quad$ ....(iii)

and $4g-4f+8+c=0$ ....(iv)

by (iii)-(ii), $g-f-1=0 \quad$ ....(v)

and by (iv)-(iii), $g+2f+8=0 \quad$ ....(vi)

on solving (v) and (vi), we get g=-2, f=-3.

$\therefore$ from (ii),

$$-20-42+74+c=0$$

$$\Rightarrow \quad c+12=0 \Rightarrow \quad c=-12$$

Hence required equation of circle is

$$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$$

Its centre = (2,3).

radius= $\sqrt{4+9+12} = \sqrt{25}$ =5 units.

4. Since foci lie on y-axis and centre at the origin .

$\therefore$ Let equation of ellipse be $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ ......(i)

Since it passes through the point (6,4).

$$\therefore \frac{36}{b^2}+\frac{16}{a^2}=1 \qquad ....(ii)$$

Also, $\quad e=\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{c}{a}=\frac{3}{4}$

$$\therefore c=\frac{3}{4}a$$

Now, $\quad b^2=a^2-c^2=a^2-(\frac{3}{4}a)^2$

$$=a^2-\frac{9a^2}{16}=\frac{7a^2}{16}$$

$\therefore$ From (ii), $\dfrac{36}{\frac{7a^2}{16}}+\dfrac{16}{a^2}=1$

$$\Rightarrow \frac{576}{7a^2}+\frac{16}{a^2}=1 \Rightarrow \frac{576+112}{7a^2}=1$$

$$\Rightarrow \frac{688}{7a^2}=1 \Rightarrow a^2=\frac{688}{7}$$

$$\therefore b^2=\frac{7}{16}\times\frac{688}{7}=43$$

Hence required equation of ellipse is

$$\frac{x^2}{43}+\frac{y^2}{\frac{688}{7}}=1.$$

$$\frac{x^2}{43}+\frac{7y^2}{688}=1 \Rightarrow \frac{16x^2+7y^2}{688}=1$$

$$\Rightarrow 16x^2+7y^2=688.$$

Very Short Answer Type Questions
(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. केन्द्र = (-3,2) तथा त्रिज्या = 4 इकाई

$\therefore$ वृत का समीकरण है :–

$$(x+3)^2+(y-2)^2=(4)^2$$

or, $\quad x^2+6x+9+y^2-4y+4=16$

or, $\quad x^2+y^2+6x-4y-3=0$

2. दिया गया वृत है :–

$$x^2+y^2+8x+10y-8=0$$

यहाँ $\quad 2g=8, \quad 2f=10$ तथा $\quad c=-8.$

$\therefore \quad g=4, \quad f=5.$

$\therefore \quad$ केन्द्र=(-g,-f)=(-4,-5).

तथा त्रिज्या= $\sqrt{g^2+f^2-c}=\sqrt{16+25+8}$

$=\sqrt{49}$ =7 इकाई.

3. यहाँ केन्द्र =(-a,-b) तथा त्रिज्या $=\sqrt{a^2-b^2}$

$\therefore$ वृत का समीकरण है $(x+a)^2+(y+b)^2=(\sqrt{a^2-b^2})^2$

or, $\quad x^2+2ax+a^2+y^2+2by+b^2=a^2-b^2$

$\Rightarrow \quad x^2+y^2+2ax+2by+2b^2=0.$

4. केन्द्र=(-5, 3), त्रिज्या =6.

5. $\because$ नाभि x-अक्ष पर स्थित है, अतः परवलय का अक्ष x-अक्ष है।

$\because$ नाभि का नियामक =(2,0)

$\therefore$ परवलय right-handed है।

$\therefore$ माना कि परवलय का समीकरण $y^2=4ax$ है।

यहाँ नाभि =(2,0) $\therefore a=2$

अतः अभीष्ट समीकरण है, $y^2=4\times2x=8x.$

6. यहाँ शीर्ष =(0,0) नाभि=(0,2).

$\because$ नाभि y-अक्ष पर स्थित है, अतः परवलय का अक्ष y-अक्ष है।

$\because$ नाभि y-अक्ष के ऊपरी भाग में स्थित है, अतः यह एक upward परवलय है।

$\therefore$ माना कि परवलय का समीकरण $x^2=4ay$ है।

यहाँ a=2

$\therefore$ अभीष्ट समीकरण है $x^2=4\times2y=8y.$

7. $\because$ शीर्ष x-अक्ष पर स्थित हैं। अतः यह एक क्षैतिज दीर्घवृत है।

माना कि दीर्घवृत का समीकरण $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ है।

$\because$ शीर्ष = (±13,0), $\qquad \therefore a=13.$

तथा नाभि = (±5,0). $\qquad \therefore c=5.$

अब $\quad b^2=a^2-c^2=13^2-5^2=169-25=144.$

$\therefore$ अभीष्ट समीकरण है $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1.$

8. $\because$ दीर्घवृत के शीर्ष y-अक्ष पर स्थित हैं।

$\therefore$ यह एक उर्ध्वाधर दीर्घवृत है।

माना कि दीर्घवृत का समीकरण $\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$; $(a^2>b^2)$ है।

$\because$ शीर्ष का नियामक = $(0,\pm5)$. $\therefore a=5$.

तथा नाभि का नियामक = $(0,\pm3)$. $\therefore c=3$.

$\Rightarrow$ $b^2=a^2-c^2=5^2-3^2=25-9=16$.

अतः दीर्घवृत का अभीष्ट समीकरण है।

$$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{25}=1.$$

9. $\because$ नाभि x-अक्ष पर स्थित है।

$\therefore$ अभीष्ट दीर्घवृत क्षैतिज दीर्घवृत है।

$\because$ $b=3,\quad c=4$.

$\therefore a^2=b^2+c^2=3^2+4^2=9+16=25$.

$\therefore$ अभीष्ट समीकरण है $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

10. $\because$ शीर्ष का नियामक= $(0,\pm\frac{\sqrt{11}}{2})$.

$\therefore$ यह एक उर्ध्वाधर अतिपरवलय है।

माना कि अतिपरवलय का समीकरण $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ है।

अब $a=\frac{\sqrt{11}}{2}$ $\qquad\therefore a^2=\frac{11}{4}$

तथा नाभि $=(0,\pm3)$ $\qquad\therefore c=3$ $\qquad\therefore c^2=9$.

अब $b^2=c^2-a^2=9-\frac{11}{4}=\frac{25}{4}$.

$\therefore$ अभीष्ट समीकरण है $\frac{y^2}{\frac{11}{4}}-\frac{x^2}{\frac{25}{4}}=1$.

$\Rightarrow$ $\frac{4y^2}{11}-\frac{4x^2}{25}=1$.

11. $\because$ नाभि का नियामक $=(\pm4,0)$

$\therefore c=4.\ \therefore c^2=16$

$\Rightarrow a^2+b^2=16$ ....(i)

अब नाभिलम्ब जीवा की लम्बाई =12.

$\therefore \frac{2b^2}{a}=12\Rightarrow\frac{b^2}{a}=6$.

$\Rightarrow b^2=6a$. ....(ii)

$\therefore$ (i) से, $a^2+6a=16\ \Rightarrow a^2+6a-16=0$

$\Rightarrow a^2+8a-2a-16=0\ \Rightarrow(a-2)(a+8)=0$

$\Rightarrow a=2$ $\qquad(\because a\neq-8)$.

$\therefore$ (ii) से $b^2=6\times2=12$.

अतः अभीष्ट समीकरण है $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{12}=1$.

12. $\because$ नाभि का नियामक $=(0,\pm\sqrt{10})$.

$\therefore$ यह एक उर्ध्वाधर अतिपरवलय है।

अब $c=\sqrt{10}\ \Rightarrow c^2=10\ \Rightarrow a^2+b^2=10$..........(i)

माना कि अतिपरवलय का समीकरण $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ है। ......(ii)

यह बिन्दु (2,3) से गुजरता है।

$\therefore \frac{9}{a^2}-\frac{4}{b^2}=1$

$\Rightarrow\frac{9}{a^2}-\frac{4}{10-a^2}=1$ $\qquad$ ((i) से, $b^2=10-a^2$).

$\Rightarrow\frac{9(10-a^2)-4a^2}{a^2(9-a^2)}=1\ \Rightarrow 90-9a^2-4a^2=a^2(10-a^2)$

$\Rightarrow 90-13a^2=10a^2-a^4\ \Rightarrow a^4-23a^2+90=0$.

$\Rightarrow(a^2-18)(a^2-5)=0$ लेकिन $a^2-18\neq0$ ((i) से)

$\Rightarrow a^2-5=0\Rightarrow a^2=5$. $\qquad\therefore b^2=10-a^2=10-5=5$

अतः अभीष्ट समीकण है $\frac{y^2}{5}-\frac{x^2}{5}=1$.

Short Answer Type Questions
(लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. दिये गये व्यासों के समीकरण हैं :–

$x+y-6=0$ ....(i)

तथा $x+2y-4=0$ ....(ii)

समीकरण (i) तथा (ii) को वज्रगुणन विधि से हल करने पर,

$$\frac{x}{-4+12}=\frac{y}{-6+4}=\frac{1}{2-1}$$

$\Rightarrow\frac{x}{8}=\frac{y}{-2}=\frac{1}{1}\ \Rightarrow x=8, y=-2$

$\therefore$ व्यासों का कटान बिन्दु है (8,-2)

$\therefore$ वृत का केन्द्र =(8,-2)

पुनः त्रिज्या =10.

$\therefore$ वृत का समीकरण है $(x-8)^2+(y+2)^2=100$.

या $\qquad x^2-16x+64+y^2+4y+4-100=0$

या $\qquad x^2+y^2-16x+4y-32=0$.

2. $\because$ केन्द्र x-अक्ष पर स्थित है।

$\therefore$ माना कि केन्द्र का नियामक = (h,0).

पुनः त्रिज्या =5.

$\therefore$ वृत का समीकरण है $(x-h)^2+(y-0)^2=5^2$

or, $\qquad x^2-2hx+h^2+y^2=25$. ....(i)

वृत बिन्दु (2,3).से गुजरता है।

$\therefore 2^2-2.h.2+h^2+3^2=25$

or, $\qquad h^2-4h+13-25=0$

or, $\qquad h^2-4h-12=0$

or, $\qquad h^2-6h+2h-12=0$

or, $h(h-6)+2(h-6)=0$

or, $(h-6)(h+2)=0$

$\Rightarrow h=-2$ या 6.

अतः अभीष्ट समीकरण है

$x^2-2(-2).x+(-2)^2+y^2=25$.

या ; $x^2-2.6x+6^2+y^2=25$

अर्थात् $x^2+y^2+4x-21=0$

या $x^2+y^2-12x+11=0$

3. दिये गये वृत का समीकरण है $x^2+y^2-8x+12y+15=0$

इसका केन्द्र $=(4,-6)$

अतः अभीष्ट वृत का केन्द्र $=(4,-6)$

अभीष्ट वृत बिन्दु (5,4) से गुजरती है।

$\therefore$ त्रिज्या $=\sqrt{(4-5)^2+(-6-4)^2}$.

$=\sqrt{1+100}=\sqrt{101}$

$\therefore$ अभीष्ट वृत का समीकरण है

$(x-4)^2+(y+6)^2=(\sqrt{101})^2$.

or, $x^2-8x+16+y^2+12y+36=101$

or, $x^2+y^2-8x+12y-49=0$.

4. दी गई रेखाएँ हैं $3x+y-14=0$ ....(i)

तथा $2x+5y-18=0$ ....(ii)

(i) तथा (ii) को हल करने पर,

$$\frac{x}{-18+70}=\frac{y}{-28+54}=\frac{1}{15-2}$$

or, $\frac{x}{52}=\frac{y}{26}=\frac{1}{13}\Rightarrow x=\frac{52}{13}, y=\frac{26}{13}$

$x=4$, $y=2$

$\therefore$ (i) तथा(ii) का कटान बिन्दु (4,2) है।

$\therefore$ वृत बिन्दु (4,2) से गुजरता है तथा केन्द्र (1,2) है।

$\therefore$ त्रिज्या $=\sqrt{(4-1)^2+(2-2)^2}=3$ इकाई

$\therefore$ वृत का अभीष्ट समीकरण है

$(x-1)^2+(y-2)^2=3^2$.

or, $x^2+y^2-2x-4y-4=0$.

5. परवलय का शीर्ष है O(0,0). तथा यह y-अक्ष के सममित है।

$\therefore$ इसका समीकरण $x^2=4ay$ या $x^2=-4ay$ के रुप का है।

$\because$ परवलय बिन्दु (2,3) से गुजरता है।

$\therefore$ यह एक downward परवलय है।

$\therefore$ इसका समीकरण $x^2=-4ay$ के रुप का होगा।

$\because$ यह बिन्दु (2,–3) से गुजरता है।

$\therefore 2^2=-4a(-3)$ $\Rightarrow 4=12a$ $\Rightarrow a=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.

अतः अभीष्ट समीकरण है $x^2=-4\times\frac{1}{3}y=\frac{-4}{3}y$.

6. $\because$ शीर्ष $=(0,0)$ तथा अक्ष x-अक्ष के अनुदिश है।

$\therefore$ परवलय का समीकरण $y^2=4ax$ या $y^2=-4ax$ के रुप का है।

$\because$ यह बिन्दु (2,3) से गुजरता है।

$\therefore$ यह right-handed परवलय है।

अतः इसका समीकरण $y^2=4ax$ के रुप का होगा।

$\because$ यह (2,3) से गुजरता है।

$\therefore 3^2=4a.2$ $\Rightarrow 9=8a \therefore a=\frac{9}{8}$.

$\therefore$ अभीष्ट समीकरण है $y^2=4\times\frac{9}{8}x$

or, $y^2=\frac{9}{2}x$.

7. माना कि दीर्घवृत का समीकरण है $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ....(i)

$\because$ यह बिन्दु (4,3) एवं (-1,4) से गुजरती है।

$\therefore \frac{16}{a^2}+\frac{9}{b^2}=1$.....(ii) तथा $\frac{1}{a^2}+\frac{16}{b^2}=1$.....(iii)

(ii) तथा (iii) को हल करने पर,हम पाते हैं:– $\frac{1}{a^2}=\frac{7}{247}$ तथा $\frac{1}{b^2}=\frac{15}{247}$.

अतः अभीष्ट समीकरण है $\frac{7x^2}{247}+\frac{15y^2}{247}=1$.

8. $\because$ नाभि $=(\pm4,0)$.

$\therefore$ यह क्षैतिज दीर्घवृत है।

अब $c=4$, $e=\frac{1}{3}$

$\therefore \frac{c}{a}=\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{4}{a}=\frac{1}{3}\Rightarrow a=12$.

अब $b^2=a^2-c^2=12^2-4^2=144-16=128$.

$\therefore$ अभीष्ट समीकरण है $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{128}=1$.

9. $\because$ नाभि= $(\pm3,0)$.

$\therefore$ यह क्षैतिज अतिपरवलय है।

अब $c=3$, $e=\frac{3}{2}$.

$\because \frac{c}{a}=\frac{3}{2}\Rightarrow\frac{3}{a}=\frac{3}{2}\Rightarrow a=2$.

$\therefore b^2=c^2-a^2=3^2-2^2=9-4=5$.

अतः अतिपरवलय का समीकरण है $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$.

10. $\because$ नाभि $=(0,\pm12)$.

$\therefore$ यह उदग्र अतिपरवलय है।

अब $\quad c=12 \quad$ तथा $\quad \frac{2b^2}{a} = 36 \Rightarrow b^2 = 18a$.

अब $\quad a^2=c^2-b^2=12^2-18a=144-18a$.

$\Rightarrow a^2+8a-144=0 \quad \Rightarrow (a+24)(a-6)=0$

$\Rightarrow a=6 \quad$ ($\because$ a ऋणात्मक नहीं होगा).

$\therefore a^2=36$ तथा $b^2=18a=18\times6=108$.

अतः अभीष्ट समीकरण है $\quad \frac{y^2}{36} - \frac{x^2}{108} = 1$.

Long Answer Type Questions
(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

1. दिये गये वृत की त्रिज्या =3.

माना कि वृत का केन्द्र (α,β).

$\therefore (\alpha,\beta)$ रेखा $y=x-1$ पर स्थित है।

$\therefore \beta=\alpha-1. \quad$ ....(i)

अब वृत का समीकरण होगा

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=3^2. \quad$ ......(ii)

$\because$ वृत (ii) बिन्दु (7,3) से गुजरता है।

$\therefore (7-\alpha)^2+(3-\beta)^2=9 \quad$ ....(iii)

समीकरण (i) से β का मान समीकरण (iii) में रखने पर

$(7-\alpha)^2+(3-\alpha+1)^2=9.$

or, $\quad (7-\alpha)^2+(4-\alpha)^2=9.$

or, $\quad 49+\alpha^2-14\alpha+16+\alpha^2-8\alpha=9.$

or, $\quad 2\alpha^2-22\alpha+56=0$

or, $\quad \alpha^2-11\alpha+28=0$

$\Rightarrow (\alpha-4)(\alpha-7)=0 \Rightarrow \alpha=4,7.$

$\therefore$ (i) से $\beta=3$ या 6.

$\therefore$ वृत का केन्द्र है (4,3) या (7,6).

अतः (ii) से अभीष्ट वृत का समीकरण होगा,

$(x-4)^2+(y-3)^2=3^2$

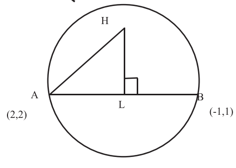
या $\quad (x-7)^2+(y-6)^2=3^2$

i.e. $\quad x^2+y^2-8x-6y+16=0$

या $\quad x^2+y^2-14x-12y+76=0.$

2. माना कि A=(2,3) तथा B=(-1,1).

दी गई रेखा का समीकरण है $x-3y=11 \quad$ ....(i)



माना कि AB का मध्य बिन्दु L है।

$\therefore$ L का नियामक $=(\frac{2-1}{2},\frac{3+1}{2})=(\frac{1}{2},2)$.

$\therefore$ AB की ढाल $= \frac{3-1}{2+1} = \frac{2}{3}$.

माना कि वृत का केन्द्र H है।

$\therefore HL \perp AB. \quad \therefore$ HL का ढाल $= \frac{-3}{2}$.

HL का समीकरण है

$$y - 2 = \frac{-3}{2}(x-\frac{1}{2})$$

or, $\quad 2y-4=-3x+\frac{3}{2}$

or, $\quad 3x+2y-4-\frac{3}{2}=0$

or, $\quad 6x+4y-11=0$

or, $\quad 6x+4y=11. \quad$ ....(ii)

$\therefore$ केन्द्र H, (i) तथा (ii) पर स्थित है।

$\therefore$ यह (i) तथा (ii) का कटान बिन्दु है।

$\therefore$ (i) तथा (ii) को हल करने पर,

$$x = \frac{7}{2} \text{ और } y = \frac{-5}{2}.$$

केन्द्र $H = (\frac{7}{2},\frac{-5}{2})$.

त्रिज्या $HA = \sqrt{(\frac{7}{2}-2)^2+(\frac{-5}{2}-3)^2}$

$= \sqrt{\frac{9}{4}+\frac{121}{4}}$

$= \sqrt{\frac{130}{4}} = \sqrt{\frac{65}{2}}$.

वृत का अभीष्ट समीकरण है :–

$$(x-\frac{7}{2})^2+(y+\frac{5}{2})^2=(\sqrt{\frac{65}{2}})^2$$

or, $\quad (\frac{2x-7}{2})^2+(\frac{2y+5}{2})^2=\frac{65}{2}$

or,

$$\frac{4x^2-28x+49}{4}+\frac{4y^2+20y+25}{4}=\frac{65}{2}$$

or, $\quad 4x^2-28x+49+4y^2+20y+25=130$

or, $\quad 4x^2+4y^2-28x+20y-56=0$

or, $\quad x^2+y^2-7x+5y-14=0.$

3. माना कि अभीष्ट वृत का समीकरण है :–

$x^2+y^2+2gx+2fy+c=0 \quad$ ....(i)

$\because$ वृत (i) (5,7),(6,6) एवं (2,-2) से गुजरता है।

$\therefore 10g+14f+74+c=0 \quad$ ....(ii)

$12g+12f+72+c=0 \quad$ ....(iii)

तथा $4g-4f+8+c=0$ ....(iv)

अब (iii)-(ii) से, $g-f-1=0 \quad$ ....(v)

तथा (iv)-(iii) से, $g+2f+8=0$.......(vi)

(v) तथा (vi) को हल करने पर, g=-2, f=-3.

$\therefore$ (ii) से,

$$-20-42+74+c=0$$

$\Rightarrow \quad c+12=0 \Rightarrow \quad c=-12$

$\therefore$ वृत का समीकरण हैः–

$x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$

इसका केन्द्र = (2,3).

त्रिज्या= $\sqrt{4+9+12} = \sqrt{25}$ =5 इकाई.

4. $\because$ नाभि y-अक्ष पर है तथा केन्द्र मूल–बिन्दु पर है।

$\therefore$ माना कि दीर्घवृत का समीकरण $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ है। .....(i)

$\because$ यह बिन्दु (6,4) से गुजरता है।

$\therefore \frac{36}{b^2} + \frac{16}{a^2} = 1$ ....(ii)

पुनः, $e = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{3}{4}$

$\therefore c = \frac{3}{4}a$

अब, $b^2=a^2-c^2=a^2-(\frac{3}{4}a)^2$

$= a^2 - \frac{9a^2}{16} = \frac{7a^2}{16}$

$\therefore$ (ii) से, $\frac{36}{\frac{7a^2}{16}} + \frac{16}{a^2} = 1$

$\Rightarrow \frac{576}{7a^2} + \frac{16}{a^2} = 1 \Rightarrow \frac{576+112}{7a^2} = 1$

$\Rightarrow \frac{688}{7a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = \frac{688}{7}$

$\therefore b^2 = \frac{7}{16} \times \frac{688}{7} = 43$

$\therefore$ दीर्घवृत का अभीष्ट समीकरण है :–

$\frac{x^2}{43} + \frac{y^2}{\frac{688}{7}} = 1.$

$\frac{x^2}{43} + \frac{7y^2}{688} = 1 \Rightarrow \frac{16x^2 + 7y^2}{688} = 1$

$\Rightarrow 16x^2+7y^2=688.$