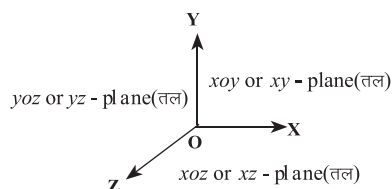


1. Co-ordinate Axes and co-ordinate planes in three Dimensional space.

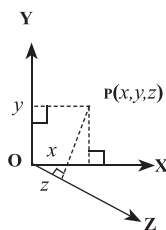
त्रिविमीय अंतरिक्ष में निर्देशांक-अक्ष और निर्देशांक-तल



O = origin (मूल बिन्दु)

2. Co-ordinates of a point in space

अंतरिक्ष में एक बिन्दु के निर्देशांक



- i) In x-axis $\Rightarrow y = 0, z = 0$, point = $(x, 0, 0)$
 x - अक्ष में $\Rightarrow y = 0, z = 0$, बिन्दु = $(x, 0, 0)$
- ii) In y-axis $\Rightarrow x = 0, z = 0$, point = $(0, y, 0)$
 y - अक्ष में $\Rightarrow x = 0, z = 0$, बिन्दु = $(0, y, 0)$
- iii) In z-axis $\Rightarrow x = 0, y = 0$, point = $(0, 0, z)$
 z - अक्ष में $\Rightarrow x = 0, y = 0$, बिन्दु = $(0, 0, z)$
- iv) In xy-plane $\Rightarrow z = 0$, point = $(x, y, 0)$
 xy - तल में $\Rightarrow z = 0$, बिन्दु = $(x, y, 0)$
- v) In xz-plane $\Rightarrow y = 0$, point = $(x, 0, z)$
 xz - तल में $\Rightarrow y = 0$, बिन्दु = $(x, 0, z)$
- vi) In yz-plane $\Rightarrow x = 0$, point = $(0, y, z)$
 yz - तल में $\Rightarrow x = 0$, बिन्दु = $(0, y, z)$

3. Octants (अष्टांशों) :-

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
x	+	-	-	+	+	-	-	+
y	+	+	-	-	+	+	-	-
z	+	+	+	+	-	-	-	-

4. Distance between two points

दो बिंदुओं के बीच की दूरी

$$P(x_1, y_1, z_1) \quad Q(x_2, y_2, z_2)$$

$$PQ = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

5. Section Formula (विभाजन सूत्र)

A. Internal Division Formula

अंतः विभाजन सूत्र

$$P(x_1, y_1, z_1) \quad R(x, y, z) \quad Q(x_2, y_2, z_2)$$

$m \quad n$

$$PR:RQ = m:n$$

$$R = (x, y, z) = \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}, \frac{mz_2 + nz_1}{m+n} \right)$$

B. Mid -point Formula (मध्य - बिन्दु सूत्र)

$$P(x_1, y_1, z_1) \quad M(x, y, z) \quad Q(x_2, y_2, z_2)$$

$$M = (x, y, z) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

C. External Division Formula (बाह्य विभाजन सूत्र)

$$P(x_1, y_1, z_1) \quad Q(x_2, y_2, z_2) \quad R(x, y, z)$$

$m \quad n$

$$PR:RQ = m:n$$

$$R = (x, y, z) = \left(\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}, \frac{my_2 - ny_1}{m-n}, \frac{mz_2 - nz_1}{m-n} \right)$$

Note :- For Ratio (अनुपात के लिए)

Let (माना) $m:n = \lambda : 1$

i. $\lambda = +ve \Rightarrow$ Internal division (अंतः विभाजन)

ii. $\lambda = -ve \Rightarrow$ External division (बाह्य विभाजन)

Multiple Choice Questions (बहु विकल्पीय प्रश्न)

1. The co-ordinates of any point, which lies on x axis are

x - अक्ष पर स्थित किसी बिंदु का निर्देशांक है

- (a) $(0, x, 0)$ (b) $(x, 0, 0)$
(c) $(x, x, 0)$ (d) (x, x, x)

2. The co-ordinates of any point, which lies on xy -plane
 xy – तल पर स्थित किसी बिंदु का निर्देशांक हैं
 (a) $(x,0,z)$ (b) $(x, 0, 0)$
 (c) $(x,y,0)$ (d) $(0,y,z)$
3. A point at which all the three perpendicular coordinate axes meets is known as
 सभी तीनों लम्बवत अक्ष जिस बिन्दु पर मिलते हैं कहलाता है
 (a) Meeting point (प्रतिच्छेद बिन्दु)
 (b) Origin point (मूल बिन्दु)
 (c) Triple point (त्रिबिन्दु)
 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
4. $(-1,-5,-7)$ lies in octant
 $(-1,-5,-7)$ अष्टांश में स्थित है
 (a) I (b) VII
 (c) V (d) III
5. $(2,8,-1)$ lies in octant
 $(2,8,-1)$ अष्टांश में स्थित है
 (a) First (प्रथम) (b) Second(द्वितीय)
 (c) Sixth(षष्ठम) (d) Fifth(पंचम)
6. $(-4,2,-7)$ lies in octant
 $(-4,2,-7)$ अष्टांश में स्थित है
 (a) Third (तृतीय) (b) Fourth(चतुर्थ)
 (c) Sixth (षष्ठम) (d) Seventh(सप्तम)
7. $(4,-3,-1)$ lies in octant
 $(4,-3,-1)$ अष्टांश में स्थित है
 (a) I (b) II
 (c) VIII (d) III
8. $(2,0,0)$ lies in $((2,0,0)$ स्थित है)
 (a) I octant (प्रथम अष्टांश)
 (b) x -axis (x -अक्ष)
 (c) y -axis (y -अक्ष)
 (d) None of these (इनमें से कोई नहीं)
9. The point $(3,0,-4)$ lies on the
 बिंदु $(3,0,-4)$ स्थित है
 (a) x -axis (x -अक्ष पर)
 (b) xy -plane (xy -तल पर)
 (c) yz -plane (yz -तल पर)
 (d) xz -plane (xz -तल पर)
10. The point $(3,-4,0)$ lies on the
 बिंदु $(3,-4,0)$ स्थित है
 (a) x -axis (x -अक्ष पर)
 (b) xy -plane (xy -तल पर)
 (c) yz -plane (yz -तल पर)
 (d) xz -plane (xz -तल पर)
11. Which of the following point lies on xy -plane
 निम्नलिखित में से कौन सा बिन्दु xy - तल पर स्थित है
 (a) $(0,0,2)$ (b) $(5,-8,0)$
 (c) $(1,0,-1)$ (d) $(3,0,0)$
12. Which of the following point lies on xz -plane
 निम्नलिखित में से कौन सा बिन्दु xz - तल पर स्थित है
 (a) $(7,8,-9)$ (b) $(5,0,2)$
 (c) $(0,2,8)$ (d) $(5,2,0)$
13. Which of the point lies on third octant
 निम्न में से कौन सा बिन्दु तृतीय अष्टांश पर स्थित है
 (a) $(-2,-1,7)$ (b) $(-2,-7,-8)$
 (c) $(5,4,2)$ (d) $(-2,7,-8)$
14. The equation of plane passing through $(-1,0,-1)$ parallel to xz -plane is
 xz - तल के समान्तर, बिन्दु $(-1,0,-1)$ से गुजरने वाले समतल का समीकरण है
 (a) $y = -2$ (b) $y = 0$
 (c) $x+z = 0$ (d) $x = 0$
15. Coordinate of the origin is
 मूल बिन्दु का निर्देशांक है
 (a) $(1,1,1)$ (b) $(0,0,1)$
 (c) $(0,1,0)$ (d) $(0,0,0)$
16. Which of the following is Not correct?
 निम्न में से कौन सही नहीं है?
 (a) $(2,0,4)$ lies on xz -plane(xz - तल पर स्थित है)
 (b) $(0,0,-8)$ lies on z -axis (z - अक्ष पर स्थित है)
 (c) $(-1,3,0)$ lies on yz -plane(yz - तल पर स्थित है)
 (d) $(0,0,0)$ is origin(मूल बिन्दु है)
17. The distance between the points $(-2,1,-3)$ and $(4,3,-6)$ is
 बिंदुओं $(-2,1,-3)$ और $(4,3,-6)$ के बीच की दूरी है
 (a) 5 (b) 2
 (c) 3 (d) 7
18. The distance between the points $(0,7,10)$ and $(-1,6,6)$ is
 बिंदुओं $(0,7,10)$ और $(-1,6,6)$ के बीच की दूरी है
 (a) 3 (b) $3\sqrt{2}$

- (c) $\sqrt{2}$ (d) $2\sqrt{3}$
19. The distance between the points A(0,7,10) and B(-4,9,6) is
बिंदुओं A(0,7,10) और B(-4,9,6) के बीच की दूरी है
(a) 6 (b) 3
(c) $3\sqrt{2}$ (d) 2
20. The distance between the origin and (2,3,4) is
मूल बिंदु तथा (2,3,4) के बीच की दूरी है
(a) 29 (b) $\sqrt{29}$
(c) 3 (d) 5
21. If A(1,-1,3) and B(2,3,-5) are two points then AB will be
यदि A(1,-1,3) और B(2,3,-5) दो बिंदुएँ हैं तो AB का मान होगा
(a) 6 (b) 3
(c) 9 (d) 4
22. The points P(-2,3,5), Q(1,2,3) and R(7,0,-1) are in order form
बिंदुएँ P(-2,3,5), Q(1,2,3) और R(7,0,-1) क्रम रूप हैं
(a) collinear(संरेख)
(b) Non-collinear(असंरेख)
(c) Right angle triangle(समकोण त्रिभुज)
(d) None of these(इनमें से कोई नहीं)
23. The points (-2,3,5), (1,2,k) and (7,0,-1) are collinear then k will be
बिंदुएँ (-2,3,5), (1,2,k) और (7,0,-1) संरेख हैं तो k का मान होगा
(a) 2 (b) 3
(c) -3 (d) 1
24. The points (3,-2,4), (k,1,1) and (-1,4,2) are collinear then k will be
बिंदुएँ (3,-2,4), (k,1,1) और (-1,4,2) संरेख हैं तो k का मान होगा
(a) 3 (b) 1
(c) -1 (d) 2
25. The co-ordinates of the point which divides the join of the points P(5,4,2) and Q(-1,-2,4) in the ratio 2:3 is
बिंदुओं P(5,4,2) तथा Q(-1,-2,4) को मिलाने से बने रेखाखण्ड को 2:3 अनुपात में विभाजित करने वाले बिंदु के निर्देशांक हैं
(a) $\left(\frac{13}{5}, \frac{8}{5}, \frac{14}{5}\right)$
(b) $\left(\frac{3}{5}, \frac{8}{5}, \frac{4}{5}\right)$
- (c) $\left(\frac{-13}{5}, \frac{8}{5}, \frac{14}{5}\right)$
(d) $\left(\frac{13}{5}, \frac{8}{5}, \frac{-14}{5}\right)$
26. The co-ordinates of the point which divides the join of A(3,2,5) and B(-4,2,-2) in the ratio 4:3 is
बिंदुओं A(3,2,5) तथा B(-4,2,-2) को मिलाने से बने रेखाखण्ड को 4:3 अनुपात में विभाजित करने वाले बिंदु के निर्देशांक हैं
(a) (1,2,1) (b) (1,2,-1)
(c) (-1,2,1) (d) (1,-2,1)
27. Mid-point of A(2,4,6) and B(-2,2,4)
A(2,4,6) तथा B(-2,2,4) का मध्य - बिंदु है
(a) (0,1,5) (b) (0,3,4)
(c) (0,3,-5) (d) (0,3,5)
28. Mid - point of line segment of the points (0,-1,2) and (2,1,-2) is
बिंदुओं (0,-1,2) और (2,1,-2) को मिलाने वाली रेखा का मध्य - बिंदु है
(a) (1,0,0) (b) (0,1,0)
(c) (1,1,0) (d) (1,1,1)
29. If point p lies in the first octant, then the sign of x-coordinate will always be
यदि बिंदु P प्रथम अष्टांश में स्थित है तो x - निर्देशांक का चिन्ह हमेशा होगा
(a) +
(b) -
(c) x coordinate always 0
(x- निर्देशांक हमेशा 0 है)
(d) x-coordinate can be + or -
(x- निर्देशांक + या - हो सकता है)
30. Which of the following is undefined
निम्नलिखित में से कौन अपरिभाषित है:-
(a) point(बिंदु)
(b) Lines (रेखा)
(c) plane(तल)
(d) All of the above(ऊपर के सभी)

Very Short Answer Type Questions
(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

Find the distance between the points

बिंदुओं के बीच की दूरी ज्ञात करें

- (2,3,5) and (और) (4,3,1)
- (-3,7,2) and (और) (2,4,-1)

3. $(-1,6,6)$ and (और) $(-4,9,6)$
4. $(2,4,3)$ and (और) $(2,2,1)$
5. $(0,0,1)$ and (और) $(1,1,1)$
6. Find the mid-point of the line- segment points $P(7,0,2)$ and $Q(3,2,4)$.
बिन्दुओं $P(7,0,2)$ और $Q(3,2,4)$ को मिलाने वाली रेखा का मध्य बिन्दु ज्ञात करें।
7. Find the mid point of the line - segment points $(0,2,1)$ and $(7,8,9)$
बिन्दुओं $(0,2,1)$ तथा $(7,8,9)$ को मिलाने वाली रेखा का मध्य बिन्दु ज्ञात करें।
8. In which octant does each of the given points lie?
दिए गए बिन्दुओं किस अष्टांश पर स्थित हैं
 (i) $(2,4,6)$
 (ii) $(-1,2,-1)$
 (iii) $(4,2,-1)$
 (iv) $(-2,-3,-7)$
 (v) $(-2,8,-1)$
 (vi) $(3,-1,-2)$
 (vii) $(-8,-4,6)$
 (viii) $(-7,6,-4)$
9. If a point lies on xz - plane then what is its y - coordinate?
यदि एक बिन्दु xz - तल पर स्थित है तो इसके y - निर्देशांक क्या है?
10. If a point lies on xy - plane then what is its point co-ordinate ?
यदि एक बिन्दु xy - तल पर स्थित है तो बिन्दु का निर्देशांक क्या है?
11. If a point lies on x - axis then what is its point co-ordinate ?
यदि एक बिन्दु x - अक्ष पर स्थित है तो इसका बिन्दु निर्देशांक क्या है?
12. In which plane does the point $(4,-3,0)$ lie ?
बिन्दु $(4,-3,0)$ किस तल पर स्थित है?
13. In which axis does the point $(0,-2,0)$ lie ?
बिन्दु $(0,-2,0)$ किस अक्ष में स्थित है?
14. If a point lies on y - axis then what its x and z co-ordinate ?

यदि एक बिन्दु y - अक्ष पर स्थित है तो x तथा z का निर्देशांक क्या है?

15. Find the distance between $(0,0,0)$ and (a,b,c) .
 $(0,0,0)$ तथा (a,b,c) के बीच की दूरी ज्ञात करें।

Short Answer Type Questions (लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. Show that the points $(3,-5,1)$, $(-1,0,8)$ and $(7,-10,-6)$ are collinear.
दर्शाइए कि बिन्दु $(3,-5,1)$, $(-1,0,8)$ तथा $(7,-10,-6)$ संरेख हैं।
2. Find the coordinates of the point which divides the join of the points $P(1,2,3)$ and $Q(2,4,-6)$ in the ratio 2:3.
बिन्दुओं $P(1,2,3)$ तथा $Q(2,4,-6)$ को मिलाने से बने रेखाखण्ड को 2:3 अनुपात में विभाजित करने वाले बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
3. Find the mid point of the line - segment points $(5,6,8)$ and $(3,4,2)$.
बिन्दुओं $(5,6,8)$ तथा $(3,4,2)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड का मध्य - बिन्दु ज्ञात कीजिए।
4. Find the ratio in which the line - segment joining the points $(4,8,10)$ and $(6,10,-8)$ is divided by yz - plane .
बिन्दुओं $(4,8,10)$ तथा $(6,10,-8)$ को मिलाने वाली रेखाखण्ड, yz - तल द्वारा जिस अनुपात में विभक्त होता है उसे ज्ञात कीजिए।
5. Show that the points $A(0,7,10)$, $B(-1,6,6)$ and $C(-4,9,6)$ are the vertices of right -angled triangle.
दर्शाइए कि बिन्दुओं $A(0,7,10)$, $B(-1,6,6)$ और $C(-4,9,6)$ एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।

Long Answer Type Questions (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

1. Prove that the points $(0,7,-10)$, $(1,6,-6)$ and $(4,9,-6)$ are vertices of isosceles triangle.
सिद्ध करें कि बिन्दुओं $(0,7,-10)$, $(1,6,-6)$ तथा $(4,9,-6)$ एक समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।
2. Show that the points $(2,3,5)$, $(-4,7,-7)$, $(-2,1,-10)$ and $(4,-3,2)$ are the vertices of a rectangle.
दर्शाइए कि बिन्दुओं $(2,3,5)$, $(-4,7,-7)$, $(-2,1,-10)$ तथा $(4,-3,2)$ एक आयत के शीर्ष हैं।
3. Let $A(2,1,-3)$ and $B(5,-8,3)$ be two given points. Find the coordinates of the points of trisection of the line segment AB.

माना A(2,1,-3) तथा B(5,-8,3) दिए गए दो बिन्दु हैं। रेखाखण्ड AB को सम त्रि-भाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

4. Find the mid-points of all sides of triangle ABC, where A(2,4,6), B(3,2,1) and (-2,0,1).

त्रिभुज ABC के सभी भुजाओं के मध्य - बिन्दु ज्ञात करें, जहाँ A(2,4,6), B(3,2,1) और C(-2,0,1) हैं।

5. Find the equation of the curve formed by the set of all points whose distance from the points (3,4,-5) and (-2,1,4) are equal.

बिन्दुओं से बने समुच्चय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिनकी बिन्दुओं (3,4,-5) तथा (-2,1,4) से दूरियाँ समान हैं।

Multipule Choice Question (बहुविकल्पीय प्रश्नों का उत्तर)

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. b | 2. c | 3. b | 4. b | 5. d |
| 6. c | 7. c | 8. b | 9. c | 10. b |
| 11. b | 12. b | 13. a | 14. b | 15. d |
| 16. c | 17. d | 18. b | 19. a | 20. b |
| 21. c | 22. a | 23. b | 24. b | 25. a |
| 26. c | 27. d | 28. a | 29. a | 30. d |

Very Short Answer Type Questions (अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. Ans :-

A(2,3,5) B(4,3,1)

$$\begin{array}{ll} x_1 = 2 & x_2 = 4 \\ y_1 = 3 & y_2 = 3 \\ z_1 = 5 & z_2 = 1 \end{array}$$

By distance formula (दूरी सूत्र से)

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \\ &= \sqrt{(4 - 2)^2 + (3 - 3)^2 + (1 - 5)^2} \\ &= \sqrt{4 + 0 + 16} \\ &= \sqrt{20} \text{ units (मात्रक) Ans.} \end{aligned}$$

2. Ans:-

A(-3,7,2) B(2,4,-1)

$$\begin{array}{ll} x_1 = -3 & x_2 = 2 \\ y_1 = 7 & y_2 = 4 \\ z_1 = 2 & z_2 = -1 \end{array}$$

By distance formula (दूरी सूत्र से)

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \\ &= \sqrt{(2 + 3)^2 + (4 - 7)^2 + (-1 - 2)^2} \\ &= \sqrt{25 + 9 + 9} \\ &= \sqrt{43} \text{ units (मात्रक) Ans.} \end{aligned}$$

3. Ans:-

A(-1,6,6) B(-4,9,6)

$$\begin{array}{ll} x_1 = -1 & x_2 = -4 \\ y_1 = 6 & y_2 = 9 \\ z_1 = 6 & z_2 = 6 \end{array}$$

By distance formula (दूरी सूत्र से)

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \\ &= \sqrt{(-4 + 1)^2 + (9 - 6)^2 + (6 - 6)^2} \\ &= \sqrt{9 + 9 + 0} \\ &= \sqrt{18} \\ &= 3\sqrt{2} \text{ units (मात्रक) Ans.} \end{aligned}$$

4. Ans:-

A(2,4,3) B(2,2,1)

$$\begin{array}{ll} x_1 = 2 & x_2 = 2 \\ y_1 = 4 & y_2 = 2 \\ z_1 = 3 & z_2 = 1 \end{array}$$

By distance formula (दूरी सूत्र से)

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \\ &= \sqrt{(2 - 2)^2 + (2 - 4)^2 + (1 - 3)^2} \\ &= \sqrt{0 + 4 + 4} \\ &= \sqrt{8} \\ &= 2\sqrt{2} \text{ units (मात्रक) Ans.} \end{aligned}$$

5. Ans:-

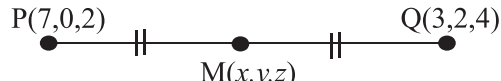
A(0,0,1) B(1,1,1)

$$\begin{array}{ll} x_1 = 0 & x_2 = 1 \\ y_1 = 0 & y_2 = 1 \\ z_1 = 1 & z_2 = 1 \end{array}$$

By distance formula (दूरी सूत्र से)

$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \\
 &= \sqrt{(1 - 0)^2 + (1 - 0)^2 + (1 - 1)^2} \\
 &= \sqrt{1 + 1 + 0} \\
 &= \sqrt{2} \text{ units (मात्रक) Ans.}
 \end{aligned}$$

6. Ans:-

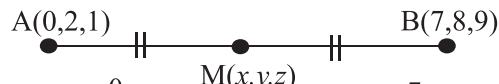


$$\begin{aligned}
 x_1 &= 7 & x_2 &= 3 \\
 y_1 &= 0 & y_2 &= 2 \\
 z_1 &= 2 & z_2 &= 4
 \end{aligned}$$

Mid - point of PQ (PQ का मध्य बिन्दु)

$$\begin{aligned}
 M &= (x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right) \\
 &= \left(\frac{7 + 3}{2}, \frac{0 + 2}{2}, \frac{2 + 4}{2} \right) \\
 &= \left(\frac{10}{2}, \frac{2}{2}, \frac{6}{2} \right) \\
 &= (5, 1, 3) \text{ Ans.}
 \end{aligned}$$

7. Ans:-



$$\begin{aligned}
 x_1 &= 0 & x_2 &= 7 \\
 y_1 &= 2 & y_2 &= 8 \\
 z_1 &= 1 & z_2 &= 9
 \end{aligned}$$

Mid - point of AB (AB का मध्य बिन्दु)

$$\begin{aligned}
 M &= (x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right) \\
 &= \left(\frac{0 + 7}{2}, \frac{2 + 8}{2}, \frac{1 + 9}{2} \right) \\
 &= \left(\frac{7}{2}, \frac{10}{2}, \frac{10}{2} \right) \\
 &= \left(\frac{7}{2}, 5, 5 \right) \text{ Ans.}
 \end{aligned}$$

8. Ans:-

(i).	I	(ii)	VI	(iii)	V
(iv).	VII	(v)	VI	(vi).	VIII
(vii)	III	(viii).	VI		

9. Ans:- $y = 0$

10. Ans:- $(x, y, 0)$

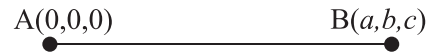
11. Ans:- $(x, 0, 0)$

12. Ans:- xy - plane (xy - तल)

13. Ans:- y - axis (y -अक्ष)

14. Ans:- $x = 0, z = 0$

15. Ans:-



$$\begin{aligned}
 x_1 &= 0 & x_2 &= a \\
 y_1 &= 0 & y_2 &= b \\
 z_1 &= 0 & z_2 &= c
 \end{aligned}$$

By distance formula (दूरी सूत्र से)

$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \\
 &= \sqrt{(a - 0)^2 + (b - 0)^2 + (c - 0)^2} \\
 &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \text{ units (मात्रक) Ans.}
 \end{aligned}$$

Short Answer Type Questions (लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. Ans:-

Given points (दिए गए बिन्दुएँ)

$$A = (3, -5, 1)$$

$$B = (-1, 0, 8)$$

$$C = (7, -10, -6)$$

By distance formula (दूरी सूत्र से)

$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(-1 - 3)^2 + (0 + 5)^2 + (8 - 1)^2} \\
 &= \sqrt{16 + 25 + 49} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{(7 + 1)^2 + (-10 - 0)^2 + (-6 - 8)^2} \\
 &= \sqrt{64 + 100 + 196} = \sqrt{360} = 6\sqrt{10}
 \end{aligned}$$

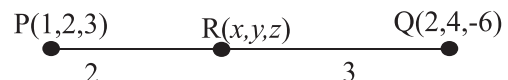
$$\begin{aligned}
 AC &= \sqrt{(7 - 3)^2 + (-10 + 5)^2 + (-6 - 1)^2} \\
 &= \sqrt{16 + 25 + 49} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}
 \end{aligned}$$

clearly (स्पष्टतः) $BC = AB + AC$

$\therefore$ Given points are collinear

$\therefore$ दिए गए बिन्दुएँ संरेख हैं।

2. Ans:-



$$\begin{aligned}
 &2 & 3 \\
 &\text{PR:RQ} = m:n = 2:3 \\
 &m = 2, n = 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} x_1 = 1 & x_2 = 2 \\ y_1 = 2 & y_2 = 4 \\ z_1 = 3 & z_2 = -6 \end{array}$$

By internal division formula (अन्तःविभाजन सूत्र से)

$$\begin{aligned} R = (x, y, z) &= \left(\frac{mx_2 + nx_1}{m+n}, \frac{my_2 + ny_1}{m+n}, \frac{mz_2 + nz_1}{m+n} \right) \\ &= \left(\frac{2 \times 2 + 3 \times 1}{2+3}, \frac{2 \times 4 + 3 \times 2}{2+3}, \frac{2 \times (-6) + 3 \times 3}{2+3} \right) \\ &= \left(\frac{4+3}{5}, \frac{8+6}{5}, \frac{-12+9}{5} \right) \\ &= \left(\frac{7}{5}, \frac{14}{5}, \frac{-3}{5} \right) \text{ Ans.} \end{aligned}$$

3. Ans:-

$$A(5,6,8) \quad M=(x,y,z) \quad B(3,4,2)$$

Mid-point of line AB (रेखा AB का मध्य - बिन्दु)

$$\begin{aligned} M = (x, y, z) &= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{z_1 + z_2}{2} \right) \\ &= \left(\frac{5+3}{2}, \frac{6+4}{2}, \frac{8+2}{2} \right) \\ &= \left(\frac{8}{2}, \frac{10}{2}, \frac{10}{2} \right) \\ &= (4, 5, 5) \text{ Ans.} \end{aligned}$$

4. Ans:-

$$R = yz - \text{plane (तल)} = (0, y, z)$$

$$A(4, 8, 10) \quad Q(6, 10, -8)$$

Let (माना) Ratio (अनुपात)

$$AR : RB = m : n = \lambda : 1$$

By section formula (विभाजन सूत्र से)

$$\begin{aligned} R &= \left(\frac{\lambda \cdot (6) + 4}{\lambda + 1}, \frac{\lambda \cdot (10) + 8}{\lambda + 1}, \frac{\lambda \cdot (-8) + 10}{\lambda + 1} \right) \\ (0, y, z) &= \left(\frac{6\lambda + 4}{\lambda + 1}, \frac{10\lambda + 8}{\lambda + 1}, \frac{-8\lambda + 10}{\lambda + 1} \right) \end{aligned}$$

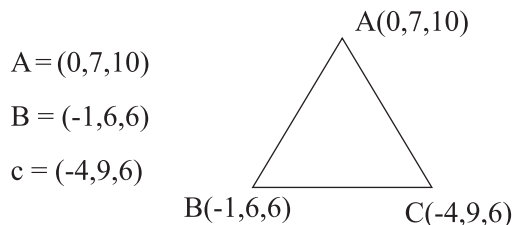
Comparing (तुलना करने पर)

$$0 = \frac{6\lambda + 4}{\lambda + 1} \Rightarrow 6\lambda + 4 = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{-2}{3}$$

$$\text{So, } \lambda = \frac{-2}{3} \quad (\text{External})$$

$$\therefore \text{Ratio} = \lambda : 1 = 2 : 3 \text{ Ans.}$$

5. Ans:-



By distance formula (दूरी सूत्र से)

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(-1-0)^2 + (6-7)^2 + (6-10)^2} \\ &= \sqrt{1+1+16} \\ &= \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \quad \therefore AB^2 = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{(-4+1)^2 + (9-6)^2 + (6-6)^2} \\ &= \sqrt{9+9+0} \\ &= \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \quad \therefore BC^2 = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(-4-0)^2 + (9-7)^2 + (6-10)^2} \\ &= \sqrt{16+4+16} \\ &= \sqrt{36} = 6 \quad \therefore AC^2 = 36 \end{aligned}$$

$$\text{clearly (स्पष्टतः)} AC^2 = AB^2 + BC^2$$

By pythagoras theorem (पाइथागोरस प्रमेय से),

$$\angle B = 90^\circ$$

So, Given points are vertices of right angle triangle. (दिए गए बिन्दुएँ समकोण त्रिभुज के शीर्ष हैं।)

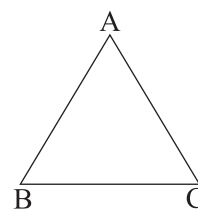
Long Answer Type Questions (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

1. Ans:-

$$A = (0, 7, -10)$$

$$B = (1, 6, -6)$$

$$C = (4, 9, -6)$$



By distance formula (दूरी सूत्र से)

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(1-0)^2 + (6-7)^2 + (-6+10)^2} \\ &= \sqrt{1+1+16} \\ &= \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{(4-1)^2 + (9-6)^2 + (-6+6)^2} \\
 &= \sqrt{9+9+0} \\
 &= \sqrt{18} = 3\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AC &= \sqrt{(4-0)^2 + (9-7)^2 + (-6+10)^2} \\
 &= \sqrt{16+4+16} \\
 &= \sqrt{36} = 6
 \end{aligned}$$

clearly (स्पष्टतः) $AB = BC$

So, Given points are vertices of isosceles triangle.
(दिए गए बिन्दुएँ समद्विबाहु त्रिभुज के शीर्ष हैं।) Proved

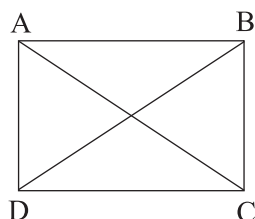
2. Ans:-

Let $A = (2, 3, 5)$

$B = (-4, 7, -2)$

$C = (-2, 1, -10)$

$D = (4, -3, 2)$



By distance formula (दूरी सूत्र से)

$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(-4-2)^2 + (7-3)^2 + (-2-5)^2} \\
 &= \sqrt{36+16+144} \\
 &= \sqrt{196} = 14
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BC &= \sqrt{(-2+4)^2 + (1-7)^2 + (-10+7)^2} \\
 &= \sqrt{4+36+9} \\
 &= \sqrt{49} = 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 CD &= \sqrt{(4+2)^2 + (-3-1)^2 + (2+10)^2} \\
 &= \sqrt{36+16+144} \\
 &= \sqrt{196} = 14
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 AD &= \sqrt{(4-2)^2 + (-3-3)^2 + (2-5)^2} \\
 &= \sqrt{4+36+9} \\
 &= \sqrt{49} = 7
 \end{aligned}$$

clearly (स्पष्टतः) $AB = CD$ and $BC = AD$

opposite sides are equal (सम्मुख भुजाएँ समान हैं।)

अब(Now):-

$$\begin{aligned}
 AC &= \sqrt{(-2-2)^2 + (1-3)^2 + (-10-5)^2} \\
 &= \sqrt{16+4+225} = \sqrt{245}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 BD &= \sqrt{(4+4)^2 + (-3-7)^2 + (2+7)^2} \\
 &= \sqrt{64+100+81} = \sqrt{245}
 \end{aligned}$$

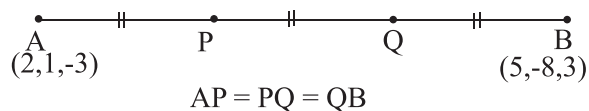
clearly (स्पष्टतः) $AC = BD$

Diagonals are equal (विकर्ण समान हैं)

$\therefore$ Given points are vertices of rectangle

$\therefore$ दिए गए बिन्दुएँ आयत के शीर्ष हैं।

3. Ans:-



$$AP = PQ = QB$$

Let P and Q are the points of trisection of AB.

माना AB के सम त्रिभाजित बिन्दुएँ P तथा Q हैं।

Then P divides AB in the ratio 1:2 and Q divides AB in the ratio 2:1.

P, AB को 1:2 में विभाजित करता है तथा Q, AB को 2:1 में विभाजित करता है।

Now internal division formula (अंतः विभाजन सूत्र से)

$$P = \left(\frac{1 \times 5 + 2 \times 2}{1+2}, \frac{1 \times (-8) + 2 \times 1}{1+2}, \frac{1 \times 3 + 2 \times (-3)}{1+2} \right)$$

$$P = \left(\frac{5+4}{3}, \frac{-8+2}{3}, \frac{3-6}{3} \right)$$

$$P = \left(\frac{9}{3}, \frac{-6}{3}, \frac{-3}{3} \right)$$

$$P = (3, -2, -1) \quad \text{Ans.}$$

And

$$Q = \left(\frac{2 \times 5 + 1 \times 2}{2+1}, \frac{2 \times (-8) + 1 \times 1}{2+1}, \frac{2 \times 3 + 1 \times (-3)}{2+1} \right)$$

$$Q = \left(\frac{10+2}{3}, \frac{-16+1}{3}, \frac{6-3}{3} \right)$$

$$Q = \left(\frac{12}{3}, \frac{-15}{3}, \frac{3}{3} \right)$$

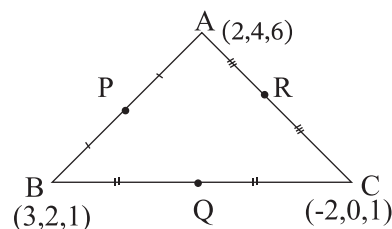
$$Q = (4, -5, 1) \quad \text{Ans.}$$

4. Ans:-

$A = (2, 4, 6)$

$B = (3, 2, 1)$

$C = (-2, 0, 1)$



P = Mid - point of AB (AB का मध्य बिन्दु)

$$= \left(\frac{2+3}{2}, \frac{4+2}{2}, \frac{6+1}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2} \right)$$

Q = Mid - point of BC (BC का मध्य बिन्दु)

$$= \left(\frac{3-2}{2}, \frac{2+0}{2}, \frac{1+1}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}, 1, 1 \right)$$

R = Mid - point of AC (AC का मध्य बिन्दु)

$$= \left(\frac{2-2}{2}, \frac{4+0}{2}, \frac{6+1}{2} \right)$$

$$= \left(0, 2, \frac{7}{2} \right)$$

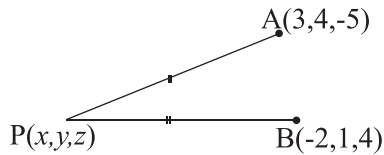
So , Mid - points of sides AB, BC and AC of triangle ABC are $\left(\frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2} \right)$, $\left(\frac{1}{2}, 1, 1 \right)$ and $\left(0, 2, \frac{7}{2} \right)$ respectively.

अतः त्रिभुज ABC के भुजाओं AB, BC तथा AC के मध्य बिन्दुएँ क्रमशः $\left(\frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2} \right)$, $\left(\frac{1}{2}, 1, 1 \right)$ तथा $\left(0, 2, \frac{7}{2} \right)$ हैं।

5. Ans:-

Let $P(x,y,z)$ be any point on the given curve and let $A(3,4,-5)$ and $B(-2,1,4)$ be the given points.

माना $P(x,y,z)$ दिए गए वक्र पर स्थित एक बिन्दु है और माना $A(3,4,-5)$ तथा $B(-2,1,4)$ दिए गए बिन्दुएँ।



Given ,

$$PA = PB$$

$$\Rightarrow PA^2 = PB^2 \quad (\text{Squaring both sides})$$

$$\Rightarrow (x-3)^2 + (y-4)^2 + (z+5)^2 = (x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 - 8y + 16 + z^2 + 10z + 25$$

$$= x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 + z^2 - 8z + 16$$

$$\Rightarrow 0 = 10x + 6y - 18z - 29$$

$$\Rightarrow 10x + 6y - 18z - 29 = 0$$

Which is required equation of curve.

यह वक्र का अभिष्ट समीकरण है।