अध्याय - 6

Permutations And Combinations
क्रमचय और संचय

Basic Concept (मूल सिद्धांत)

★ $\lfloor n = 1 \times 2 \times 3 \times ......\times (n-1) \times (n)$

★ $\lfloor n = n \times \lfloor n-1$

★ $\lfloor 0 = 1$

★ If an event can occur in m-different ways, following which another event can occur in n-different-ways, then the total number of occurrence of the events in the given order is $m \times n$

यदि एक घटना m विभिन्न तरीको से घटित हो सकती है, तद्पोरांत एक दूसरी घटना n विभिन्न तरीको से घटित हो सकती है, तो प्रद्त्त क्रम में घटनाओ के घटित होने की संख्या $m \times n$ है।

★ The number of permutation of n different things taken r at a time, Where repetition is not allowed, is denoted by ^np_r and by $^np_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor n-r}$, where $0 \le r \le n$.

n विभिन्न वस्तुओं में से एक समय में r को लेकर बनने वाले क्रमचयों की संख्या, जबकि पुनरावृति की अनुमति नही है, ^np_r द्वारा व्यक्त की जाती है, और $^np_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor n-r}$, जहाँ $0 \le r \le n$.

★ The number of permutations of n different things, taken r at a time where repeatition is allowed, is n^r

n विभिन्न वस्तुओ में से एक समय में r को लेकर बनने वाले क्रमचयों की संख्या, जबकि पुनरावृति की अनुमति है, n^r है।

★ The number of permutation of n objects taken all at time, where P objects are of first kind, P_2 objects are of the Second Kind, ..., P_k objects are of the K^{th} Kind and rest, if any, are all different is $\frac{\lfloor n}{\lfloor P_1 \lfloor P_2 ......\lfloor P_k}$

★ The number of Combination of n different things taken r at a time, denoted by ^nc_r, is given by

$^nc_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r}$, $0 \le r \le n$.

n विभिन्न वस्तुओं में से एक समय में r को लेकर बनने वाले संचयों की संख्या को ^nc_r से प्रकट करते है और

$^nc_r = \frac{\lfloor n}{\lfloor r \lfloor n-r}$, $0 \le r \le n$.

★ $^np_r = \lfloor r \,.\, ^nc_r$, $1 \le r \le n$

★ $^nc_r + {}^nc_{r-1} = {}^{n+1}c_r$, $0 \le r \le n$

★ $^np_r = n.{}^{n-1}p_{r-1}$

★ $^nc_p = {}^nc_q \Rightarrow p = q$ or $p + q = n$

Multiple Choice Questions
(बहु विकल्पीय प्रश्न)

1. The value of $\lfloor 3 + \lfloor 4$ is

$\lfloor 3 + \lfloor 4$ का मान है–

a. 7 b. 12

c. 25 d. 30

2. The value of $\frac{\lfloor 8}{\lfloor 6 \times \lfloor 2}$ is

$\frac{\lfloor 8}{\lfloor 6 \times \lfloor 2}$ का मान है–

a. 28 b. 18

c. 38 d. 48

3. The value of $\lfloor 5 - \lfloor 4$ is

$\lfloor 5 - \lfloor 4$ का मान है–

a. 5 b. 9

c. 96 d. 100

4. The value of $\lfloor 6$ is

$\lfloor 6$ का मान है–

a. 720

b. 1440

c. 360

d. इनमें से कोई नहीं(None of these)

5. The LCM of $\lfloor 4, \lfloor 5, \lfloor 6$ is

$\lfloor 4, \lfloor 5, \lfloor 6$ का लघुत्तम समापवर्त्य होगा–

a. $\lfloor 4$ b. $\lfloor 5$

c. $\lfloor 6$ d. $\lfloor 4 \times \lfloor 5 \times \lfloor 6$

6. The H.C.F of $\lfloor 5, \lfloor 6, \lfloor 7$ is

$\lfloor 5, \lfloor 6, \lfloor 7$ का महत्तम समार्वतक है–

a. $\lfloor 5$ b. $\lfloor 6$

c. $\lfloor 7$ d. $\lfloor 5 \times \lfloor 6 \times \lfloor 7$

7. If (यदि) $\frac{1}{\lfloor 6} + \frac{1}{\lfloor 7} = \frac{x}{\lfloor 8}$ then (हो तो) $x =$

a. 32 b. 48
c. 56 d. 64

8. If(यदि) $\frac{1}{\underline{|8}} + \frac{1}{\underline{|9}} = \frac{x}{\underline{|10}}$ then (हो, तो) x =

a. 100
b. 90
c. 120
d. इनमें से कोई (None of these)

9. $^{7}p_{3}$ =

a. 105 b. 140
c. 210 d. 175

10. If (यदि) $^{15}p_{r} = 2730$ then (हो, तो) r =

a. 3 b. 4
c. 5 d. 11

11. If (यदि) $^{n}p_{5} = 20.\ ^{n}p_{3}$, then (हो, तो) n =

a. 8 b. 9
c. 10 d. 11

12. If (यदि) $^{n-1}p_{3} : {}^{n}p_{4} = 1:9$ then (हो, तो) n =

a. 12 b. 11
c. 9 d. 10

13. $\frac{^{n}p_{n}}{^{n}p_{n-2}}$ =

a. $\frac{1}{2}$ b. 2
c. $\frac{1}{n-2}$ d. n(n - 1)

14. If (यदि) $^{15}p_{r-1} : {}^{16}P_{r-2} = 3:4$, then (हो, तो) r =

a. 8 b. 10
c. 12 d. 14

15. The Value of $^{5}c_{3}$ is
$^{5}c_{3}$ का मान है– a. 15 b. 9
c. 10 d. 20

16. If (यदि) $^{n}c_{3} = 220$ then (हो, तो) n =

a. 9 b. 10
c. 11 d. 12

17. If (यदि) $^{n}c_{r} + {}^{n}c_{r+1} = {}^{n+1}c_{x}$, then (हो, तो) x =

a. r-1
b. r
c. r+1
d. None of these(इनमें से कोई नहीं)

18. If (यदि) $^{n}c_{10} = {}^{n}c_{14}$, then (हो, तो) n =

a. 4 b. 24
c. 14 d. 10

19. $\frac{^{n}c_{r}}{^{n}c_{r-1}}$ =

a. $\frac{n-r}{r}$
b. $\frac{n-r-1}{r}$
c. $\frac{n-r+1}{r}$
d. None of these (इनमें से कोई नहीं)

20. $^{60}c_{60}$ =

a. $\underline{|60}$
b. 1
c. $\frac{1}{60}$
d. None of these (इनमें से कोई नहीं)

21. If (यदि) $^{n}c_{18} = {}^{n}c_{12}$ then (हो, तो) $^{32}c_{n}$ =

a. 248
b. 496
c. 992
d. None of these (इनमें से कोई नहीं)

22. In how many ways can 5 persons occupy three seat?
5 आदमी तीन सीट पर कितने प्रकार से बैठ सकते है?

a. 15 b. 20
c. 30 d. 60

23. In how many ways can 5 children stand in queue?
कितनी प्रकार से 5 लड़के एक पंक्ति में खड़े हो सकते है?

a. 5 b. 25
c. 60 d. 120

24. In how many ways can 4 different-books be arranged on a shelf?
चार भिन्न किताबों को एक अलमारी में कितनी प्रकार से व्यवस्थित किया जा सकता है?

a. 4 b. 8
c. 24 d. 16

25. How many words with or without meaning can be formed by using all the letters of the word 'ROSE', using each letter exactly once?
शब्द 'ROSE' के सभी अक्षरो से बनने वाले अर्थपूर्ण या अर्थहीन, शब्दो की संख्या क्या होगी। जबकि अक्षरो के पुनरावृति की अनुमति नहीं है।

a. 48 b. 60
c. 24 d. 120

26. How many words with or without meaning can be formed by using all the letters of the word, 'DELHI', using each letter exactly once?
शब्द 'DELHI' के सभी अक्षरो से बनने वाले अर्थपूर्ण या

अर्थहीन शब्दो की संख्या क्या होगी? जबकि अक्षरो के पुनरावृति की अनुमति नहीं है?

a. 20 b. 60
c. 120 d. 5

27. Given 4 flags of different colours, how many different signals can be generated, if a singal requires the use of 2 flags one below the other?
भिन्न–भिन्न रंगो के दिए हुए 4 झंडो से, कितने भिन्न भिन्न संकेत उत्पन्न किए जा सकते है, यदि एक संकेत के लिए, एक दूसरे के नीचे, 2 झंडो की आवश्यकता पड़ती है।

a. 8 b. 10
c. 12 d. 14

28. How many 2 digit even numbers can be formed from the digits 1, 2, 3, 4, 5 if the digits can be repeated?
1, 2, 3, 4, 5 अंको से कितनी 2 अंकीय सम संख्याएँ बन सकती है? यदि अंको की पुनरावृति की जा सकती है।

a. 8 b. 10
c. 25 d. 14

29. How many 3 digit numbers can be formed from the digits 1, 2, 3, 4 and 5 assuming that repetition of the digits is not allowed?
1, 2, 3, 4 और 5 अंको से कितनी 3 अंकीय संख्याएँ बनाई जा सकती है? यदि अंको की पुनरावृति की अनुमति नहीं हो।

a. 125 b. 100
c. 80 d. 60

30. How many 4 - Letter code can be formed using the first 10 letters of the english alphabet, if no letter can be repeated?
अंग्रेजी वर्णमाला के प्रथम 10 अक्षरो से कितने 4 अक्षर के कोड बनाए जा सकते है, यदि किसी भी अक्षर की पुनरावृति नहीं की जाए।

a. 5040 b. 1000
c. 6800 d. 810

31. A Coin is tossed 3 times and the outcomes are recorded. How many possible outcomes are there?
एक सिक्का तीन बार उछाला जाता है और परिणाम अंकित कर लिए जाते है। परिणामों की संभव संख्या क्या है?

a. $\frac{1}{8}$ b. $\frac{1}{6}$
c. 8. d. 6

32. The number of permutation of the all letters of the word 'ALLAHABAD':
'ALLAHABAD' शब्द के सभी अक्षरो से बनने वाले क्रमचयो की संख्या होगी।

a. 7560
b. 8960
c. 8690
d. इनमें से कोई नहीं (None of these)

33. How many 3 digits numbers are there?
तीन अंकीय संख्या कितनी है?

a. 648 b. 729
c. 900 d. 1000

34. How many 3 - digit numbers are there with no digit repeated?
तीन अंकीय संख्या कितनी है? यदि अंको को दोहराया नही गया है।

a. 648 b. 720
c. 729 d. 1000

35. How many 10 - digit numbers can formed by using the digit 1 and 2.
अंक 1 और 2 से 10 – अंको की कितनी संख्या हो सकती है?

a. ${}^{10}p_2$ b. ${}^{10}c_2$
c. 2^{10} d. $\lfloor 10$

36. In how many ways can arranged the letters of the word 'APPLE'
'APPLE' शब्द के अक्षरो को कितने तरीको से व्यवस्थित किया जा सकता है?

a. 6 b. 60
c. 90 d. 120

37. How many words begining with T and ending with E can be made with no letter repeated out of the letters of the word 'TRIANGLE'
'TRIANGLE' शब्द के अक्षरों की कितने तरीको से व्यवस्थित किया जा सकता है, जबकि प्रारम्भ T तथा अन्त E अक्षर से हो।

a. ${}^{8}p_6$ b. 720
c. 722 d. 1440

38. In how many ways can be letters of the word 'PENCIL' be arranged so that N is always next to E.
'PENCIL' शब्द के अक्षरो को कितने तरीको से व्यवस्थित किया जा सकता है, जिनका अक्षर E के तुरन्त बाद में N हो।

a. 120
b. 240
c. 720
d. None of these (इसमें से कोई नहीं)

39. In how many ways can be letters of the word

'MACHINE' be arranged so that the vowels may occupy only odd positions.
'MACHINE' शब्द के अक्षरों को कितने तरीको से व्यवस्थित किया जा सकता है, यदि स्वर अक्षर को केवल विषम स्थान में रखा जाय।

a. 288
b. 576
c. 5040
d. None of these (इनमें से कोई नहीं)

40. In how many of the distinct permutation of the letters in MISSISSIPPI do the Four I not come together?
MISSISSIPPI के अक्षरों से बने भिन्न–भिन्न क्रमचयों में से कितनो में चार I एक साथ नही आते है?

a. 40500
b. 33810
c. 5560
d. None of these (इनमें से कोई नहीं)

41. How many 4 - digit numbers can be formed by using the digits 1 to 9. if repetition of the digits is not allowed.
1 से 9 तक के अंको का प्रयोग करके कितनी 4 अंकीय संख्याएँ बनाई जा सकती है, यदि अंको की पुनरावृति की अनुमति नहीं है।

a. 3224
b. 5040
c. 3024
d. None of these (इनमें से कोई नहीं)

42. How many 3-digit even numbers can be formed with no digit repeated, by using the digits 0, 1, 2, 3, 4 and 5.
0, 1, 2, 3, 4, और 5 अंकों का प्रयोग करके 3–अंकीय सम संख्या कितनी बन सकती है? यदि अंको की पुनरावृति की अनुमति नही है?

a. 50 b. 52
c. 54 d. 45

43. The number of positive integer greater than 6000 and less than 7000. which are divisible by 5, with no digit repeated is.
6000 से अधिक और 7000 से कम 5 से विभाजित होने वाली कितनी संख्याएँ हो सकती है, यदि अंकों की पुनरावृति की अनुमति नहीं है।

a. 28 b. 56
c. 84 d. 112

44. How many words can be formed using the letter A thrice, the letter B twice and the letter C once?
A अक्षर को तीन बार, B को दो बार तथा C अक्षर को एक बार प्रयोग करके कितने शब्द बन सकते है?

a. 6 b. 60
c. 90 d. 120

45. In how many ways can 10 books be arranged on shelf so that a particular pair of books shall be always together.
10 भिन्न किताबो को एक अलमारी में कितनी प्रकार से व्यवस्थित किया जा सकता है, जबकि दो किताब को हमेशा एक साथ रखना है।

a. $\underline{|8}$ b. $\underline{|9}$
c. $2 \times \underline{|8}$ d. $2 \times \underline{|9}$

46. In how many ways can 6 boys be arranged in a row?
6 लड़को को क्षैतिज रूप में कितने प्रकार से व्यवस्थित कर सकते है?

a. $\underline{|5}$ b. $\underline{|6}$
c. 6 d. $2 \times \underline{|6}$

47. How many diagonals are there in an octagon?
एक अष्टभुज के विकर्णों की संख्या कितनी होगी?

a. 28 b. 24
c. 24 d. 36

48. How many diagonals are there in a polygon of n sides?
n भुजा वाले बहुभुज में कितने विकर्ण होंगें?

a. $\frac{1}{2}n(n-1)$ b. $\frac{1}{2}n(n-2)$
c. $\frac{1}{2}n(n-3)$ d. $\frac{1}{2}n(n+1)$

49. A polygon has 54 diagonals, then the number of sides in this polygon is
यदि एक बहुभुज के 54 विकर्ण हैं, तो भुजाओं की संख्या क्या होगी?

a. 9 b. 12
c. 15 d. 16

50. Out of 7 Consonant and 4 Vowels, how many words of 3 Consonant and 2 Vowels can be formed?
7 व्यंजनो और 4 स्वरो में से 3 व्यंजनो और 2 स्वरो का प्रयोग करके कितने शब्द बनेंगें?

a. 330 b. 1050
c. 6300 d. 25200

51. In how many ways can formed a Committee of 5 members be selected from 6 men and 5 Ladies, consisting of 3 mens and 2 ladies?
6 पुरूषों और 5 महिलाओं के एक समुह से 5 व्यक्तियो की किनती समितियाँ बन सकती है, जिसमें 3 पुरूष और

2 महिलाएँ हैं–

a. 25 b. 50
c. 100 d. 200

52. In how many ways can a team of 3 boys and 3 girls be selected from 5 boys and 4 girls?
5 लड़के और 5 लड़कियों में से 3 लड़के और 3 लड़कियो की टीम बनाने के कितने तरीके होंगें?

a. 20 b. 40
c. 50 d. 60

53. A bag contains 5 black and 6 red balls. The number of ways in which 2 black and 3 red balls can be selected?
एक थैले में 5 काली तथा 6 लाल गेंदें है, 2 काली तथा 3 लाल गेंदों के चयन के तरीको की संख्या होगी–

a. 200 b. 100
c. 50 d. 30

54. How many chords can be drawn through 21 points on a Circle?
किसी वृत पर स्थित 21 बिन्दुओ से कितनी जीवा खीचीं जा सकती है?

a. 200 b. 210
c. 100 d. 110

55. How many different team of 7 players can be chosen out of 10 players?
10 खिलाड़ियों के एक समूह में से 7 खिलाड़ियों की कितनी टीमें होंगी?

a. 720 b. 70
c. 120 d. None of these

56. In how many ways can a Cricket team be chosen out of a batch of 15 player, if a particular player is always chosen?
15 खिलाड़ीयों के समुह में से कितने क्रिकेट टीम बन सकती है, यदि एक खिलाड़ी सभी टीम में शामिल हो।

a. 1364
b. 364
c. 1001
d. None of these(इनमें से कोई नहीं)

57. In how many ways can a Cricket team be chosen out of a batch of 15 players if a particular player is never chosen.
15 खिलाड़ीयो के समूह में से कितने क्रिकेट टीम बन सकती है, यदि एक खिलाडी को किसी भी टीम में नहीं चुना जाए।

a. 364
b. 1001
c. 1364
d. None of these(इनमें से कोई नहीं)

58. In an examination, a candidate has to pass in each of the five subject. In how many ways can he fail?
किसी परीक्षा में उत्तीर्ण होने के लिए 5 विषयो में से प्रत्येक में उत्तीर्ण होना आवश्यक है, तो कोई विद्यार्थी कितने प्रकार से अनुतीर्ण हो सकता है?

a. 5 b. 10
c. 21 d. 31

59. 12 persons meet in a room and each shakes hands with all the others. How many handshakes are there?
12 व्यक्ति एक कमरे में मिलते है, यदि प्रत्येक व्यक्ति एक–दूसरे से हाथ मिलाता है तो कमरे में हाथ मिलाने की संख्या क्या होगी?

a. 144 b. 132
c. 72 d. 66

60. A Committee of 5 is to be formed out of 6 gents and 4 ladies. In how many ways can this be done when each Committee may have atmost 2 ladies.
6 पुरूषों और 4 महिलाओ में से 5 की एक समिति बननी है। यह कितनी विधियों से हो सकता है, जबकि अधिकत्तम दो महिलाएँ शामिल हो।

a. 120 b. 160
c. 180 d. 186

61. How many 3 digits number can be formed by using the digits 1 to 9, if no digit is repeated?
1 से 9 तक के अंकों को प्रयोगकर 3 अंकीय कितनी संख्या बन सकती हैं, यदि कोई भी अंक दोहराया नहीं जाय।

a. 72 b. 104
c. 504 d. 405

62. In how many ways can a team of 3 boys and 3 girls be selected from 5 boys and 4 girls.
5 लड़कों और 4 लड़कियों में से 3 लड़के एवं 3 लड़कियों की कितनी समिति बन सकती है?

a. ${}^5c_3 \times {}^4c_1$ b. ${}^5c_3 \times {}^4c_3$
c. ${}^5c_2 \times {}^4c_2$ d. ${}^5c_1 \times {}^4c_2$

63. If ${}^{16}c_r = {}^{16}c_{r+2}$ then r =

a. 2 b. 3
c. 7 d. 5

यदि ${}^{16}c_r = {}^{16}c_{r+2}$ हो तो r =

a. 2 b. 3

c. 7 d. 5

64. If ${}^{2n}c_2 : {}^{n}c_2 = 9:2$ then n =

a. 7 b. 3

c. 5 d. 2

यदि ${}^{2n}c_2 : {}^{n}c_2 = 9:2$ (हो, तो) n =

a. 7 b. 3

c. 5 d. 2

65. If ${}^{18}c_{r+2} = {}^{18}c_r$ then ${}^{r}c_6$ =

a. 82 b. 81

c. 28 d. 18

यदि ${}^{18}c_{r+2} = {}^{18}c_r$ हो, तो ${}^{r}c_6$ =

a. 82 b. 81

c. 28 d. 18

Very Short Answer Type Questions
(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. Evaluate ${}^{75}p_2$

${}^{75}p_2$ का मान निकाले।

2. Evaluate $\frac{\lfloor 12}{\lfloor 10 \cdot \lfloor 2}$

$\frac{\lfloor 12}{\lfloor 10 \cdot \lfloor 2}$ का मान निकाले।

3. If ${}^{n}p_4 = 2 \times {}^{5}p_3$, find n.

यदि ${}^{n}p_4 = 2 \times {}^{5}p_3$ हो, तो n का मान ज्ञात करे।

4. If ${}^{n}p_5 = 60.{}^{n-1}p_3$, Find the value of n.

यदि ${}^{n}p_5 = 60.{}^{n-1}p_3$ हो, तो n का ज्ञात करे।

5. If $\frac{1}{\lfloor 11} + \frac{1}{\lfloor 12} = \frac{x}{\lfloor 13}$ then find the value of x

यदि $\frac{1}{\lfloor 11} + \frac{1}{\lfloor 12} = \frac{x}{\lfloor 13}$ हो तो x का मान ज्ञात करे।

6. If ${}^{n}c_8 = {}^{n}c_2$, then find the value ${}^{n}c_2$

यदि ${}^{n}c_8 = {}^{n}c_2$ हो, तो ${}^{n}c_2$ का मान ज्ञात करे।

7. Find the value of ${}^{10}c_6$

${}^{10}c_6$ का मान निकालें।

8. If ${}^{11}p_r = {}^{12}p_{r-1}$, find r.

यदि ${}^{11}p_r = {}^{12}p_{r-1}$ हो, तो r का मान ज्ञात करे।

9. Evaluate $\frac{\lfloor n}{\lfloor r \cdot \lfloor n-r}$, when n = 9, r = 5

$\frac{\lfloor n}{\lfloor r \cdot \lfloor n-r}$ का मान निकालें, जब n = 9, r = 5

10. How many 2 digit even numbers can be formed from the digits 1, 2, 3, 4, 5 if the digits can be repeated.

अंक 1, 2, 3, 4, 5 का प्रयोग कर दो अंको की कितनी सम संख्या बन सकती है, यदि अंको को दोहराया जाता है।

Short Answer Type Questions
(लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. Find the value of r , if ${}^{s}p_r = 2.{}^{6}p_{r-1}$

यदि ${}^{s}p_r = 2.{}^{6}p_{r-1}$ हो, तो r का मान ज्ञात करें।

2. Findc r if $5.{}^{4}p_r = 6.{}^{5}p_{r-1}$

यदि $5.{}^{4}p_r = 6.{}^{5}p_{r-1}$ हो तो r का मान ज्ञात करें।

3. Find the number of words formed (May be meaningless) by using all the letters of the word 'EQUATION', using each letter exactly once.

'EQUATION' शब्द के अक्षरो में से प्रत्येक को तथ्यत: केवल एक बार उपयोग करके कितने अर्थपूर्ण या अर्थहीन शब्द बन सकती है।

4. Find the number of ways of Selecting 9 balls from 6 red balls, 5 white balls and 5 blue balls, if each Selection consists of 3 ball of each colour.

6 लाल रंग की, 5 सफेद रंग की और 5 नीले रंग की गेंदो में से 9 गेंदो के चुनने के तरीको की संख्या ज्ञात कीजिए, यदि प्रत्येक संग्रह में प्रत्येक रंग की 3 गेंद है।

5. If ${}^{n}p_r = {}^{n}p_{r+1}$ and ${}^{n}c_r = {}^{n}c_{r-1}$, Find n & r

यदि ${}^{n}p_r = {}^{n}p_{r+1}$ और ${}^{n}c_r = {}^{n}c_{r-1}$, हो तो r और n ज्ञात करे

6. If $\frac{{}^{15}c_r}{{}^{15}c_{r-1}} = \frac{11}{5}$, then find r.

यदि $\frac{{}^{15}c_r}{{}^{15}c_{r-1}} = \frac{11}{5}$ हो, तो r ज्ञात करें।

Long Answer Type Questions
(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

1. In an Examination, a question paper consists of 12 Questions divided into two parts i,e., Part I and part II, Containing 5 and 7 Questions respectively. A student is required to attempt 8 Question in all, selecting at least 3 from each Part. In how many ways can a student select the Question.

किसी परीक्षा के प्रश्न प्रत्र में 12 प्रश्न है जो क्रमशः 5 तथा 7 प्रश्नों वाले दो खण्डो में विभक्त है अर्थात् खंड I और खंड II, एक विद्यार्थी को प्रत्येक खण्ड से न्यूनतम 3 प्रश्नों

का चयन करते हुए कुल 8 प्रश्नों को हल करना है। एक विद्यार्थी कितने प्रकार से प्रश्नों का चयन कर सकता है?

2. A group of 4 girls and 7 boys. In how many ways can a team of 5 members be selected, if the team has (i) no girls (ii) At least one boy and one girls (iii) At least three girls.

किसी समूह में 5 लड़कियाँ और 7 लड़कें है। इनमें से 5 सदस्यों की एक टीम का चयन कितने प्रकार से किया जा सकता है, यदि टीम में (i) एक भी लड़की नही है (ii) कम से कम एक लड़का तथा एक लड़की है (iii) कम से कम 3 लड़कियाँ है।

3. What is the number of ways of choosing 4 cards from a pack of 52 playing cards. In how many of these (i) Four cards are of the same suit. (ii) Four cards belong to Four different suits.

52 ताशों की एक गड्डी से 4 पत्तों को चुनने के तरीकों की संख्या क्या है इन तरीकों में से कितनो में (i)चार पत्ते एक ही प्रकार के है (ii) चार पत्ते, चार भिन्न प्रकार के हैं?

Answer key उत्तरमाला

Objective Questions (वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1 d	2 a	3 c	4 a	5 c	6 a
7 d	8 a	9 c	10 a	11 a	12 c
13 b	14 d	15 c	16 d	17 c	18 b
19 c	20 b	21 b	22 d	23 d	24 c
25 c	26 c	27 c	28 b	29 d	30 a
31 c	32 a	33 c	34 a	35 c	36 b
37 b	38 a	39 a	40 b	41 c	42 d
43 d	44 b	45 d	46 b	47 c	48 c
49 b	50 d	51 d	52 b	53 a	54 b
55 c	56 c	57 a	58 d	59 d	60 d
61 c	62 b	63 c	64 c	65 c	

Very Short Answer Type Questions (अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. $^{75}p_2 = \dfrac{\underline{|75}}{\underline{|75-2}}$ $\left[\because {}^n p_r = \dfrac{\underline{|n}}{\underline{|n-r}}\right]$

$= \dfrac{75\times 74\times \underline{|73}}{\underline{|73}}$

$= 75 \times 74$

$= 5550$Ans

2. $\dfrac{\underline{|12}}{\underline{|10}\,.\underline{|2}} = \dfrac{12\times 11\times \underline{|10}}{\underline{|10}\times 2\times 1}$

$= \dfrac{12\times 11}{2} = 66$ Ans.

3. Given that (दिया है)

$^np_4 = 2 \times {}^5p_3$

$\Rightarrow \dfrac{\underline{|n}}{\underline{|n-4}} = 2\times\dfrac{\underline{|5}}{\underline{|5-3}}$

$\Rightarrow \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)\underline{|n-4}}{\underline{|n-4}} = \dfrac{2\times\underline{|5}}{\underline{|2}}$

$\Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = \underline{|5}$

$\Rightarrow n(n-1)(n-2)(n-3) = 5 \times 4 \times 3 \times 2$

$\Rightarrow n = 5$

4. Given that (दिया है)

$^np_5 = 60.{}^{n-1}p_3$

$\Rightarrow \dfrac{\underline{|n}}{\underline{|n-5}} = 60\dfrac{\underline{|n-1}}{\underline{|n-4}}$

$\Rightarrow \dfrac{n.\underline{|n-1}}{\underline{|n-5}} = \dfrac{60.\underline{|n-1}}{(n-4)\underline{|n-5}}$

$\Rightarrow n = \dfrac{60}{n-4}$

$\Rightarrow n^2 - 4n - 60 = 0$

$\Rightarrow n^2 - 10n + 6n - 60 = 0$

$\Rightarrow n(n - 10) + 6(n - 10) = 0$

$\Rightarrow (n - 10)(n + 6) = 0$

$\Rightarrow n = 10$ Or $n = -6$ (–Ve value impossible) –Ve असम्भव

$\therefore n = 10$

5. Given that (दिया है)

$\dfrac{1}{\underline{|11}} + \dfrac{1}{\underline{|12}} + \dfrac{x}{\underline{|13}}$

$\Rightarrow \dfrac{12+1}{\underline{|12}} = \dfrac{x}{13\underline{|12}}$

$\Rightarrow x = 169$ Ans.

6. Given that (दिया है)

$^nc_8 = {}^nc_2$

$\Rightarrow \therefore n = 8 + 2 = 10$ $\left[\begin{array}{c}\text{We know that} \\ \text{(हम जानते है कि)} \\ {}^nc_q = {}^nc_p \Rightarrow p + q = n\end{array}\right]$

Now, $^nc_2 = {}^{10}c_2 = \dfrac{\underline{|10}}{\underline{|2}\,.\underline{|10-2}}$

$= \dfrac{10\times 9\times\underline{|8}}{1\times 2\times\underline{|8}}$

$= 45$ Ans

7. $^{10}c_6 = \frac{|\underline{10}}{|\underline{6}\,.\,|\underline{10-6}}$ $\quad (\because\ ^{n}c_r = \frac{|\underline{n}}{|\underline{r}\,.\,|\underline{n-r}})$

$= \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times |\underline{6}}{|\underline{6} \times 1 \times 2 \times 3 \times 4}$

= 210 Ans

8. Given that (दिया है)

$^{n}p_r = {}^{12}p_{r-1}$

$\Rightarrow \frac{|\underline{11}}{11 - r} = \frac{|\underline{12}}{|\underline{12-(r-1)}}$

$\Rightarrow \frac{|\underline{11}}{|\underline{11-r}} = \frac{12|\underline{11}}{|\underline{13-r}}$

$\Rightarrow \frac{1}{|\underline{11-r}} = \frac{12}{(13-r)(12-r)|\underline{11-r}}$

$\Rightarrow (13 - r)(12 - r) = 12$

$\Rightarrow (13 - r)(12 - r) = 4 \times 3$

$\Rightarrow 13 - r = 4$

$\Rightarrow r = 9$ Ans

9. Given that (दिया है)

$\frac{|\underline{n}}{|\underline{r}\,.\,|\underline{n-r}}$

Put n = 9 and r = 5 we get

n = 9 और r = 5 रखने पर

$\therefore \frac{|\underline{9}}{|\underline{5}\,.\,|\underline{9-5}} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$

= 126 Ans

10. There will be as many ways as there are ways of filling Two vacant Places in succession by the given five digits.

In one's place can be filled by 2 or 4, ie 2 ways.

In ten's place can be filled by 1, 2, 3, 4, or 5, ie 5 ways

∴ There required number of Two digit even number = 2 × 5 = 10 Ans

संख्याओ को बनाने के तरीके, 2 रिक्त स्थानो को उत्तरोत्तर उचित प्रकार से भरने के तरीको की संख्या के बराबर है।

इकाई के स्थान पर, अंक 2 या 4 का विकल्प है। अर्थात् 2 विकल्प है,

दहाई के स्थान पर अंक 1, 2, 3, 4 या 5 का विकल्प है, अर्थात् 5 विकल्प है,

∴ दो अंको वाली सम संख्याओ की अभीष्ट संख्या = 2 × 5 = 10 Ans

Short Answer Type Questions
(लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. Given that (दिया है)

$^{5}p_r = 2\,.\,{}^{6}p_{r-1}$

$\Rightarrow \frac{|\underline{5}}{|\underline{5-r}} = 2.\frac{|\underline{6}}{|\underline{6-r+1}}$

$\Rightarrow \frac{|\underline{5}}{|\underline{5-r}} = \frac{2\,.\,6|\underline{5}}{(7-r)(6-r)|\underline{5-r}}$

$\Rightarrow 1 = \frac{12}{(7-r)(6-r)}$

$\Rightarrow (7 - r)(6 - r) = 3 \times 4$

$\Rightarrow 42 - 13r + r^2 = 12$

$\Rightarrow r^2 - 13r + 30 = 0$

$\Rightarrow r^2 - 10r - 3r + 30 = 0$

$\Rightarrow r(r - 10) - 3(r - 10) = 0$

$\Rightarrow \therefore r = 10$ or 3 Ans

2. Given that (दिया है)

$5.{}^{4}p_r = 6\,.\,{}^{5}p_{r-1}$

$\Rightarrow 5.\frac{|\underline{4}}{|\underline{4-r}} = 6.\frac{|\underline{5}}{|\underline{5-(r-1)}}$

$\Rightarrow \frac{|\underline{5}}{|\underline{4-r}} = \frac{6.|\underline{5}}{|\underline{6-r}}$

$\Rightarrow \frac{1}{|\underline{4-r}} = \frac{6}{(6-r)(5-r)|\underline{4-r}}$

$\Rightarrow 30 - 11r + r^2 = 6$

$\Rightarrow r^2 - 11r + 24 = 0$

$\Rightarrow r^2 - 8r - 3r + 24 = 0$

$\Rightarrow r(r - 8) - 3(r - 8) = 0$

$\Rightarrow (r - 8)(r - 3) = 0$

$\therefore r = 8$ or 3 Ans

3. There are 8 different letters in the word EQUATION.

∴ the number of words that can be formed using all the letters of the word EQUATION, using each letter exactly once, is the number of permutation of 8 different objects taken 8 at a time, which is $^{8}p_8 = |\underline{8}$

Thus, required number of words that can be formed = $\lfloor 8$ = 40320 Ans

शब्द EQUATION में 8 भिन्न–भिन्न अक्षर है।

$\therefore$ शब्द EQUATION के सभी 8 अक्षरो का उपयोग करके प्रत्येक अक्षर का ठीक एक बार उपयोग करके बनाए जा सकने वाले शब्दों की संख्या, एक समय में ली गई 8 अलग–अलग वस्तुओं के क्रम परिवर्तन की संख्या है, जो $^8p_8 = \lfloor 8$

$\therefore$ अभीष्ट संख्या जो बन सकती है= $\lfloor 8$ = 40320

4. 3 balls can be selected from 6 red balls in $^6c_3$ ways.
3 balls can be selected from 5 which balls in $^5c_3$ ways.
3 balls can be selected from 5 blue balls in $^5c_3$ way.
Thus, the required number of ways of selecting 9 balls = $^6c_3 \times {}^5c_3 \times {}^5c_3$

$= \frac{\lfloor 3}{\lfloor 3 \lfloor 3} \times \frac{\lfloor 5}{\lfloor 3 \times \lfloor 2} \times \frac{\lfloor 5}{\lfloor 3 \times \lfloor 2}$

$= \frac{6 \times 5 \times 4}{1 \times 2 \times 3} \times \frac{5 \times 4}{1 \times 2} \times \frac{5 \times 4}{1 \times 2}$

= 20 × 10 × 10 = 2000 Ans

5. Given that (दिया है)

$^np_r = {}^np_{r+1}$

$\Rightarrow \frac{\lfloor n}{\lfloor n-r} = \frac{\lfloor n}{\lfloor n-r-1}$

$\Rightarrow \frac{1}{(n-r)\lfloor n-r-1} = \frac{1}{\lfloor n-r-1}$

$\Rightarrow \frac{1}{n-r} = 1$

$\Rightarrow n - r = 1$ ....(1)

Again(फिर) $^nc_r = {}^nc_{r-1}$

$\Rightarrow \frac{\lfloor n}{\lfloor r . \lfloor n-r} = \frac{\lfloor n}{\lfloor r-1 . \lfloor n-r+1}$

$\Rightarrow \frac{1}{r\lfloor r-1 \lfloor n-r} = \frac{1}{\lfloor r-1 (n-r+1)\lfloor n-r}$

$\Rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{n-r+1}$

$\Rightarrow$ n - r + 1 = r

$\Rightarrow$ n - 2r = -1 .... (2)

Subtract (2) from (1) we get

r = 2

Put r = 2 in (1), we get

n = 3

6. Given that (दिया हुआ है)

$\frac{^{15}c_r}{^{15}c_{r-1}} = \frac{11}{5}$

$\Rightarrow \frac{\lfloor 15}{\lfloor r . \lfloor 15-r} \times \frac{\lfloor r-1 \lfloor 15-r+1}{\lfloor 15} = \frac{11}{5}$

$\Rightarrow \frac{\lfloor r-1 (16-r)\lfloor 15-r}{r\lfloor r-1 \lfloor 15-r} = \frac{11}{5}$

$\Rightarrow \frac{16-r}{r} = \frac{11}{5}$

$\Rightarrow$ 80 - 5r = 11r

$\Rightarrow$ 16r = 80

$\therefore$ r = 5 Ans

Long Answer Type Questions
(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

1. It is given that the Question paper consists of 12 Questions divided into two parts, Part I and Part II consisting 5 and 7 Question respectively. A student has to attempt 8 question, selecting at least 3 from each part.

This can be done as follows.

3 Question from part I and 5 Question from part II Can be selected $^5c_3 \times {}^7c_5$

4 Question from part I and 4 Question from part II Can be selected in $^5c_4 \times {}^7c_4$

5 Questions from part I and 3 Question from part II Can be selected in $^5c_5 \times {}^7c_3$

Thus required number of ways of selecting Questions

$= {}^5c_3 \times {}^7c_5 + {}^5c_4 \times {}^7c_4 + {}^5c_5 \times {}^7c_3$

$= \frac{\lfloor 5}{\lfloor 2 \lfloor 3} \times \frac{\lfloor 7}{\lfloor 2 \lfloor 5} + \frac{\lfloor 5}{\lfloor 4 \lfloor 1} \times \frac{\lfloor 7}{\lfloor 4 \lfloor 3} + \frac{\lfloor 5}{\lfloor 5 \lfloor 10} \times \frac{\lfloor 7}{\lfloor 4 \lfloor 3}$

$= \frac{4 \times 5}{1 \times 2} \times \frac{7 \times 6}{1 \times 2} + 5 \times \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3} + 1 \times \frac{7 \times 6 \times 5}{1 \times 2 \times 3}$

= 10 × 21 + 5 × 35 + 35

= 210 + 175 + 35

= 420 Ans

एक प्रश्नपत्र में कुल 12 प्रश्न है जिसे भाग I और भाग II में बाँटा गया है। भाग I में 5 प्रश्न तथा भाग II में 7 प्रश्न है।

एक छात्र को कुल 8 प्रश्नों को हल करना है, प्रत्येक भाग से न्युनतम 3 प्रश्नों को हल करना है।
प्रश्नों को हल करने का विकल्प होगा–
3 प्रश्न भाग I और 5 प्रश्न भाग II से चुनने के $^5c_3 \times {}^7c_5$ तरीके है।
4प्रश्न भाग II और 5 प्रश्न भाग II से चुनने के $^5c_4 \times {}^7c_4$

तरीके है।

5 प्रश्न भाग I और 3 प्रश्न भाग II से चुनने के $^5c_5 \times {}^7c_3$ तरीके है।

∴ प्रश्नों को हल(चुनने) करने की अभिष्ठ संख्या

$= {}^5c_3 \times {}^7c_5 + {}^5c_4 \times {}^7c_4 + {}^5c_5 \times {}^7c_3$

$= 210 + 175 + 35 = 420$

2. (i) ∵ The team will not include any girls.

∴ 5 boys out of 7 boys can be selected in $^7c_5$ way

The required number of ways $= {}^7c_5 = \frac{\lfloor 7}{\lfloor 2 \lfloor 5} = 21$

(ii) At least one boy and one girl are to be there in each team.

∴ the required number of ways

$= {}^7c_1 \times {}^4c_4 + {}^7c_2 \times {}^4c_3 + {}^7c_3 \times {}^4c_2 + {}^7c_4 \times {}^4c_1$

$= 7 + 21 \times 4 + 210 + 140$

$= 7 + 84 + 210 + 140$

$= 441$

(iii) At least three girls.

∴ The required number of ways

$= {}^4c_3 \times {}^7c_2 + {}^4c_4 \times {}^7c_1$

$= 84 + 7 = 91$

(i) एक भी लड़की नहीं है अर्थात् समिति के सभी 5 सदस्य लड़का होगा।

∴ अभिष्ट संख्या $= {}^7c_5 = 21$

(ii) सभी समिति में कम से कम एक लड़का तथा एक लड़की है।

अभिष्ट संख्या

$= {}^7c_1 \times {}^4c_4 + {}^7c_2 \times {}^4c_3 + {}^7c_3 \times {}^4c_2 + {}^7c_4 \times {}^4c_1$

$= 7 + 84 + 210 + 140$

$= 441$

(iii) क्योकि टीम में कम से कम तीन लड़कियाँ है, तो समिति चयन करने की

अभिष्ट संख्या $= {}^4c_3 \times {}^7c_2 + {}^4c_4 \times {}^7c_1$

$= 84 + 7$

$= 91$

3. There will be a many ways of choosing 4 cards from 52 Cards as there are conbination of 52 different types of cards, taken 4 at a time.

∴ The required no. of ways $= {}^{52}c_4 = \frac{\lfloor 52}{\lfloor 4 \lfloor 48}$

$= \frac{52 \times 51 \times 50 \times 49}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$

$= 270725$

(i) There are four suits: diamond, club, spade, and heart there are 13 cards of each suit.

∴ There are $^{13}c_4$ ways of choosing 4 diamonds. Similarly choosing club, spade and heart.

∴ The required Number of ways

$= {}^{13}c_4 + {}^{13}c_4 + {}^{13}c_4 + {}^{13}c_4$

$= 4.{}^{13}c_4$

$= 4\frac{\lfloor 13}{\lfloor 4 \lfloor 9}$

$= 2860$

(ii) There are 13 cards in each suit. Therefore, there are $^{13}c_1$ ways of choosing 1 card from 13 cards of diamond, similarly choosing club, spade and heart.

Hence the required number of ways

$= {}^{13}c_1 \times {}^{13}c_1 \times {}^{13}c_1 \times {}^{13}c_1$

$= 13 \times 13 \times 13 \times 13$

$= 13^4$

52 पत्तो में से 4 पत्ते को चुनने के अभिष्ट तरीको की संख्या $= {}^{52}c_4$

$= \frac{\lfloor 52}{\lfloor 4 . \lfloor 48}$

$= \frac{52 \times 51 \times 50 \times 49}{1 \times 2 \times 3 \times 4}$

$= 270725$

(i) एक ताश की गड्डी में चार प्रकार के पत्ते होते है, ईट, चिड़ी, हुकुम और पान प्रत्येक के 13 पत्ते है। इसलिए 4 ईट के पत्ते चुनने के $^{13}c_4$ तरीके है। इसी प्रकार $^{13}c_4$ तरीके से क्रमशः चीड़ी, हुकुम और पान के 4 पत्ते चुन सकते है।

∴ अभिष्ट संख्या

$= {}^{13}c_4 + {}^{13}c_4 + {}^{13}c_4 + {}^{13}c_4$

$= 4.{}^{13}c_4$

$= 4\frac{\lfloor 13}{\lfloor 4 \lfloor 9}$

$= 4\frac{13 \times 12 \times 11 \times 10}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 2860$

(ii) ईट के 13 पत्तो में से 1 चुनने के $^{13}c_1$ तरीके है, पान के 13 पत्तो में से 1 चुनने के $^{13}c_1$ तरीके, चिड़ी के 13 पत्तो में से 1 चुनने के $^{13}c_1$, हुकुम के 13 पत्तो में से 1 चुनने के $^{13}c_1$ तरीके है।

अतः तरीकों की अभीष्ट संख्या

$= {}^{13}c_1 \times {}^{13}c_1 \times {}^{13}c_1 \times {}^{13}c_1$

$= 13 \times 13 \times 13 \times 13$

$= 13^4$ Ans