अध्याय - 7

Binomical Theorem
द्विपद प्रमेय

Key points

(a) ${}^nc_r = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$

(b) ${}^nc_0 = {}^nc_n = 1$

(c) Binomial theorem is valid for any positive integral power.

(d) $(a+b)^n = {}^nc_0.a^n + {}^nc_1.a^{n-1}.b + {}^nc_2.a^{n-2}.b^2 + \ldots\ldots + {}^nc_r.a^{n-r}b^r + \ldots\ldots\ldots + {}^nc_n.b^n$

$= \sum_{k=0}^{n} {}^nc_k.a^{n-k}.b^k$

(e) There are (n + 1) terms in the expansion of $(a+b)^n$

Multiple Choice Questions
(बहु विकल्पीय प्रश्न)

1. The value of $(a+b)^4$ is

a. $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

b. $a^4 + 6a^3b + 4a^2b^2 + 6ab^3 + b^4$

c. $a^4 + 4a^3b + 4a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

d. None of these.

$(a+b)^4$ का मान निकाले–

a. $a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

b. $a^4 + 6a^3b + 4a^2b^2 + 6ab^3 + b^4$

c. $a^4 + 4a^3b + 4a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

d. इनमें से कोई नहीं।.

2. The value of $(a+b)^0$ is-

a. $(a+b)$ b. $(a-b)$

c. $(a+b)^2$ d. 1

$(a+b)^0$ का मान है–

a. $(a+b)$ b. $(a-b)$

c. $(a+b)^2$ d. 1

3. The coefficient of $\frac{1}{x^4}$ in the expansion $\left(x^2+\frac{3}{x}\right)^4$; $x \neq 0$ is–

a. 81 b. $\frac{1}{81}$

c. 1 d. None of these.

$\left(x^2+\frac{3}{x}\right)^4$ के प्रसार में $\frac{1}{x^4}$ के गुणांक का मान है– $(x \neq 0)$

a. 81 b. $\frac{1}{81}$

c. 1 d. इनमें से कोई नहीं।

4. The coefficient of x^8 in the exponsion $\left(x^2+\frac{3}{x}\right)^4$; $x \neq 0$ is –

a. 81 b. $\frac{1}{81}$

c. 1 d. None of these

$\left(x^2+\frac{3}{x}\right)^4$; $x \neq 0$ के प्रसार मे x^8 के गुणांक का मान है–

a. 81 b. $\frac{1}{81}$

c. 1 d. इनमें से कोई नहीं।

5. Which one is larger $(1.01)^{1000000}$ or 10000?

a. 10000 b. $(1.01)^{1000000}$

c. $(100000) \times (0.1)$ d. None of these

$(1.01)^{1000000}$ या 10000 में कौन सी बड़ी संख्या है–

a. 10000 b. $(1.01)^{1000000}$

c. $(100000) \times (0.1)$ d. इनमें से कोई नहीं

6. In the expansion $(1-2x)^5$ coefficient of x^5 is–

a. $-(2)^2$ b. $-(2)^3$

c. $-(2)^4$ d. $-(2)^5$

$(1-2x)^5$ के प्रसार में x^5 के गुणांक का मान है–

a. $-(2)^2$ b. $-(2)^3$

c. $-(2)^4$ d. $-(2)^5$

7. In the expansion $(1-2x)^5$ coefficient of x^3 is–

a. $(-2)^3$ b. $(-2)^2$

c. (-2) d. None of these

$(1-2x)^5$ के प्रसार में x^3 के गुणांक का मान है–

a. $(-2)^3$ b. $(-2)^2$

c. (-2) d. इनमें से कोई नहीं।

8. In the expansion of $\left(\frac{2}{x}-\frac{x}{2}\right)^5$ coefficient of $\frac{1}{x^3}$ is–

a. 20 b. –20
c. –40 d. 40

$\left(\frac{2}{x}-\frac{x}{2}\right)^5$ के प्रसार में $\frac{1}{x^3}$ के गुणांक का मान है–

a. 20 b. –20
c. –40 d. 40

9. The number of terms in the expansion of $(2x+3y)^{17}$ is:-

a. 16 b. 17
c. 34 d. 18

$(2x+3y)^{17}$ के द्विपद प्रसार में पदों की संख्या है–

a. 16 b. 17
c. 34 d. 18

10. The number of terms in the expansion of $\left(3x-\frac{5}{y}\right)^{10}$ is

a. 10 b. 11
c. 12 d. 13

$\left(3x-\frac{5}{y}\right)^{10}$ के प्रसार में पदों की संख्या है–

a. 10 b. 11
c. 12 d. 13

11. The number of terms in the expansion of $\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^8+\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^8$ is–

a. 2 b. 3
c. 4 d. 5

$\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^8+\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^8$ के प्रसार में पदों की संख्या है–

a. 2 b. 3
c. 4 d. 5

12. The term idependent of x in the expansion of $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{10}$ is–

a. 252 b. 210
c. 205 d. 200

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^{10}$ के प्रसार में x से स्वतंत्र पद है–

a. 252 b. 210
c. 205 d. 200

13. The middle term in the expansion $(x + y)^4$ is

a. $2x^2y^2$ b. $4x^2y^2$
c. $6x^2y^2$ d. $8x^2y^2$

$(x + y)^4$ के प्रसार में मध्य पद है–

a. $2x^2y^2$ b. $4x^2y^2$
c. $6x^2y^2$ d. $8x^2y^2$

14. Coefficient of x^2y^2 in the expansion of $(x + y)^4$ is–

a. 3 b. 6
c. 12 d. 24

$(x + y)^4$ के प्रसार में x^2y^2 के गुणांक का मान है–

a. 3 b. 6
c. 12 d. 24

15. The coefficient of x^3y in the expansion $(x + y)^4$ is–

a. ${}^4c_1$ b. ${}^4c_2$
c. ${}^4c_3$ d. ${}^4c_4$

$(x + y)^4$ के प्रसार में x^3y के गुणांक का मान है–

a. ${}^4c_1$ b. ${}^4c_2$
c. ${}^4c_3$ d. ${}^4c_4$

16. The coefficient of xy^3 in the expansion $(x + y)^4$ is

a. 6 b. 2
c. 8 d. 4

$(x + y)^4$ के प्रसार में xy^3 के गुणांक का मान है–

a. 6 b. 2
c. 8 d. 4

17. The value of $(a + b)^4 – (a – b)^4$ is

a. $2[{}^4c_1a^3b+{}^4c_3ab^3]$
b. $3[{}^4c_1a^3b+{}^4c_3ab^3]$
c. $[{}^4c_1a^3b+{}^4c_3ab^3]$
d. None of these.

$(a + b)^4 – (a – b)^4$ का मान है–

a. $2[{}^4c_1a^3b+{}^4c_3ab^3]$
b. $3[{}^4c_1a^3b+{}^4c_3ab^3]$
c. $[{}^4c_1a^3b+{}^4c_3ab^3]$
d. इनमें से कोई नहीं।

Very Short Answer Type Questions
(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1, Expand $\left(x^2+\frac{3}{x}\right)^4; x\neq 0.$

$\left(x^2+\frac{3}{x}\right)^4; x\neq 0$ का द्विपद प्रसार करें।

2. Expand $(x^2+2y)^5$

$(x^2+2y)^5$ का द्विपद प्रसार करें।

Short Answer Type Questions
(लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. By using binomial theorem find the value of $(99)^4$.
द्विपद प्रमेय के प्रयोग द्वारा $(99)^4$ का मान ज्ञात करें।

2. Expand $\{(a+b)^4+(a-b)^4\}$ and use it to evaluat.
$$(x^2+\sqrt{1-x^2})^4+(x^2-\sqrt{1-x^2})^4$$
$\{(a+b)^4+(a-b)^4\}$ के प्रसार का प्रयोग करते हुए $(x^2+\sqrt{1-x^2})^4+(x^2-\sqrt{1-x^2})^4$ का मान निकालें।

Answer key उत्तरमाला

Objective Questions
(वस्तुनिष्ठ प्रश्न)

1	a	2	d	3	a	4	c	5	b	6	d
7	a	8	c	9	d	10	b	11	d	12	a
13	c	14	c	15	a	16	d	17	a		

Very Short Answer Type Questions
(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. We have,
$$\left(x^2+\frac{3}{x}\right)^4$$
$$= {}^4c_0(x^2)^4+{}^4c_1(x^2)^3.\left(\frac{3}{x}\right)+{}^4c_2(x^2)^2.\left(\frac{3}{x}\right)^2+{}^4c_3(x^2).\left(\frac{3}{x}\right)^3+{}^4c_4.\left(\frac{3}{x}\right)^4$$
$$= x^8+4x^6.\frac{3}{x}+6x^4.\frac{9}{x^2}+4.x^2.\frac{27}{x^3}+\frac{81}{x^4}$$
$$= x^8+12x^5+54x^2+\frac{108}{x}+\frac{81}{x^4}$$

2. We know that,
$(x^2+2y)^5$
$= {}^5c_0(x^2)^5+{}^5c_1(x^2)^4.(2y)+{}^5c_2.(x^2)^3.(2y)^2+{}^5c_3(x^2)^2.(2y)^3+{}^5c_4x^2.(2y)^4+{}^5c_5(2y)^5$
$= x^{10}+10x^8y+40x^6y^2+80x^4y^3+80x^2y^4+32y^5$

Short Answer Type Questions
(लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. We know that,
$(99)^4=(100-1)^4$
$= {}^4c_0(100)^4-{}^4c_1(100)^3\times1+{}^4c_2(100)^2\times(1)^2-{}^4c_3\times(100)\times(1)^3+{}^4c_4\times(1)^4$
$= (100)^4-4\times(100)^3+6\times(100)^2-4\times100+1$
$= 100000000-4000000+60000-400+1$
$= 96059601$

2. We have,
$(a+b)^4+(a-b)^4$
$= \{{}^4c_0a^4+{}^4c_1a^3b+{}^4c_2a^2b^2+{}^4c_3ab^3+{}^4c_4b^4\}+\{{}^4c_0a^4-{}^4c_1a^3b+{}^4c_2a^2b^2-{}^4c_3ab^3+{}^4c_4b^4\}$
$= 2\{{}^4c_0a^4+{}^4c_2a^2b^2+{}^4c_4b^4\}$
hence,
$= (x^2+\sqrt{1-x^2})^4+(x^2-\sqrt{1-x^2})^4$
$= 2[{}^4c_0(x^2)^4+{}^4c_2(x^2)^2\times(\sqrt{1-x^2})^2+{}^4c_4(\sqrt{1-x^2})^4]$
$= 2[x^8+6x^4(1-x^2)+(1-x^2)^2]$
$= 2[x^8+6x^4-6x^6+1-2x^2+x^4]$
$= 2[x^8-6x^6+7x^4-2x^2+1]$
$= 2x^8-12x^6+14x^4-4x^2+2$