अध्याय - 05

Introduction To Euclid's Geometry यूक्लिड की ज्यामिति परिचय

मुख्य अवधारणाएँ और परिणाम (Main concepts and results)

अभिधारणाएँ – वे मूल तथ्य जिन्हें बिना प्रमाण के सत्य मान लिया जाता है और जो ज्यामिति के लिए विशिष्ट होते हैं, अभिधारणाएँ कहलाती हैं।

Postulates - The basic facts which are taken, for granted, without proof and which are specific to geometry are called postulates.

अभिगृहीत — वे मूल तथ्य जिन्हें बिना प्रमाण के मान लिया जाता है और जिनका उपयोग पूरे गणित में किया जाता है, अभिगृहित कहलाते हैं।

Axioms: The basic facts which are taken for granted, without proof and which are used throughout mathematics are called axioms.

प्रमेय — पहले से सिद्ध परिणामों और कुछ सिद्धांतों के आधार पर तार्किक तर्क के माध्यम से प्राप्त निष्कर्ष एक कथन का निर्माण करते हैं जिसे प्रमेय या प्रस्ताव के रुप में जाना जाता है। प्रमेय को सिद्ध किया जा सकता है।

Theorem - The conclusions obtained through logical reasoning based on previously proved results and some axioms constitute a statement known as a theorem or a proposition. A theorem can be proved.

बिंदु — एक बिंदु को कागज की एक शीट पर एक तेज पेंसिल द्वारा बनाए गए एक बारीक बिंदु द्वारा दर्शाया जाता है। एक बिन्दु की कोई लंबाई, चौड़ाई या ऊँचाई नहीं होती।

Point - A point is represented by a fine dot made by a sharp pencil on a sheet of paper. A point does not have any length, breadth or height.

समतल — चिकनी दीवार की सतह या कागज की शीट की सतह या चिकने ब्लैक बोर्ड की सतह समतल के करीबी उदाहरण हैं।

Plane - The surface of a smooth wall or the surface of a sheet of paper or the surface of a smooth black board are close examples of a plane.

ऐखा — एक रेखा चौड़ाईहीन लंबाई होती है। रुलर का किनारा, मेज के शीर्ष का किनारा, कमरे की दो दीवारों का मिलन स्थान ज्यामितीय सीधी रेखा के कुछ उदाहरण हैं।

Line - A line is breadthless length. The edge of a ruler, the edge of the top of a table, the meeting

place of two walls of a room are some examples of a geometrical straight line.

घटना अभिगृहीत :

अभिगृहीत 1 : एक रेखा में अपरिमित रुप से अनेक बिंदु होते हैं।

अभिगृहीत 2 : किसी दिए गए बिंदु से अनंत रुप से कई रेखाएँ गुजर सकती हैं।

अभिगृहीत 3 : दिए गए दो बिंदुओं A और B में, एक और केवल एक ही रेखा है जिसमें दोनों बिंदु शामिल हैं।

Incidence Axioms:

Axiom 1: A line contains infinitely many points.

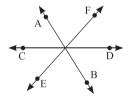
Axiom 2: Through a given point, infinitely many lines can pass through.

Axiom 3: In given two points A and B, there is one and only one line that contains both the points.

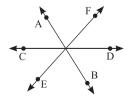
संरेख बिंदु — तीन या अधिक बिंदुओं को संरेख कहा जाता है, यदि कोई ऐसी रेखा हो जिसमें ये सभी बिंदु समाहित हों।

Collinear Points - Three or more points are said to be collinear, if there is a line which contains all of them.

 समवर्ती रेखाएँ — तीन या अधिक रेखाएँ समवर्ती कहलाती हैं, यदि उन सभी पर एक बिंदू स्थित हो।



Concurrent Lines - Three or more lines are said to be concurrent, if there is a point which lies on all of them.

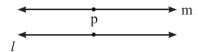


प्रतिच्छेदी रेखाएँ — दो रेखाएँ जो एक बिदु पर मिलती हैं, प्रतिच्छेदी रेखाएँ कहलाती हैं। उभयनिष्ठ बिंदु को 'प्रतिच्छेदन बिंदु' कहा जाता है।

नोट :- दो अलग-अलग रेखाओं में एक से अधिक बिंदु उभयनिष्ठ नहीं हो सकते। **Intersecting Lines -** Two lines which meet at one point are said to be intersecting lines. The common point is called the 'point of intersection'. Note: Two distinct lines cannot have more than one point in common.

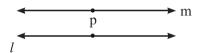
 \blacktriangleright समानांतर रेखाएँ — एक समतल में दो रेखाएँ l और m समानांतर रेखाएँ कहलाती हैं, यदि दोनों एक दूसरे कों कभी प्रतिच्छेद ना करें। यदि l और m एक समतल में दो समनांतर रेखाएँ हैं, तो हम $l \parallel m$ लिख सकते हैं।

Parallel Lines - Two lines l and m in a plane are said to be parallel lines, if both of them will never intersect each other. If l and m are two parallel lines in a plane, we can write l|m.



समानांतर अभिगृहीत — यदि l एक रेखा है और þ एक बिंदु है जो रेखा l पर नहीं है, तो एक और केवल एक रेखा m है जो p से होकर गुजरती है और l के समानांतर है।

Parallel Axiom - If l is a line and p is a point not on line l, there is one and only one line m which passes through \flat and is Parallel to l.



 दो रेखाएँ जो एक ही रेखा के समानांतर हैं, एक-दूसरे के समानांतर हैं।

Two lines which are both parallel to the same line, are parallel to each other.

ightharpoonup यदि l, m, n एक ही तल में तीन रेखाएँ इस प्रकार हैं कि l, m को प्रतिच्छेद करती है तथा $n \parallel m$ है, तो l, n को भी प्रतिच्छेद करेगी।

If l, m, n are three lines in the same plane such that l intersects m and $n \parallel m$, then l threesects n also.

ightharpoonup यदि l तथा m प्रतिच्छेद करने वाली रेखाएँ हैं, $l \parallel p$ और $q \parallel m$, तो p और q भी प्रतिच्छेद करते हैं।

If l and m are intersecting lines, l||p and q||m, then p and q also intersect.

यदि रेखाएँ AB, AC, AD और AE एक रेखा l के समानांतर हैं, तो बिंदु A, B, C, D और E संरेख हैं।

If lines AB, AC, AD and AE are parallel to a line *l*, then points A, B, C, D and E are collinear.

रेखा खंड – रेखा । पर दिए गए दो बिंदुओं A और B
 में, A और B पर अंत बिंदुओं वाली रेखा का जुड़ा हुआ

भाग (खंड) रेखा खंड AB कहलाता है।

Line Segment - In given two points A and B on a line *l*, the connected part (segment) of the line with end points at A and B, is called the line segment AB.

रेखा खंड का आंतिरिक बिंदु – एक बिंदु P को रेखा खंड AB का आंतिरिक बिंदु कहा जाता है, यदि P रेखाखंड AB पर स्थित हो लेकिन P न तो A है और न ही B है।

Interior Point of a Line Segment - A point P is called an interior point of a line segment AB, if P lies on the line Segment AB but P is neither A nor B.

रेखाखंडों की सर्वागसमता — दो रेखाखंड AB और
 CD सर्वागसम होते हैं, यदि AB तथा CD संपाती हो।

Congruence of Line Segments - Two line segments AB and CD are congruent, if AB and CD are coincident.

रेखा खंड लंबाई अभिगृहीत — प्रत्येक रेखा खंड की एक लंबाई होती है। इसे 'मीटर' या उसके भागों के संदर्भ में मापा जाता है।

Line Segment Length Axiom - Every line segment has a length. It is measured in terms of 'meter' or its parts.

सर्वागसम रेखा खंड की लंबाई अभिगृहीत — दो सर्वागसम रेखा खंडों की लंबाई समान होती है और इसके विपरीत, समान लंबाई के दो रेखा खंड सर्वागसम होते हैं, यानी AB≅CD⇔l(AB)=l (CD).

Congruent Line Segment Length Axiom - Two congruent line segments have equal length and conversely, two line segments of equal length are congruent. i.e. $AB \cong CD \Leftrightarrow l(AB)=l(CD)$.

रेखा खंड जोड़ अभिगृहीत — यदि C रेखा खंड AB का कोई आंतरिक बिंदु है, तो AC+BC=AB

$$A$$
 C B

Line Segment Addition Axiom - If C is any interior point of a line segment AB, then AC+BC= AB

$$A$$
 C B

रेखा खंड निर्माण अभिगृहीत — रेखा l पर एक बिंदु O और एक सकरात्मक वास्तविक संख्या r दिया गया है, O के दोनों ओर l पर बिल्कुल दो बिंदु P_1 और P_2 इस प्रकार हैं कि

$$(OP_1) = r, (OP_2) = r \text{ cm}.$$

$$\begin{array}{c|c} & \leftarrow r \text{ cm} \rightarrow & \leftarrow r \text{ cm} \rightarrow \\ \hline P_2 & o & P_1 \\ \end{array}$$

Line Segment Construction Axiom : Given a point O on a line l and a positive real number r, there are exactly two points P_1 and P_2 on l, on either side of O such that

$$(OP_1) = r, (OP_2) = r \text{ cm}.$$

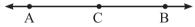
दो बिंदुओं के बीच की दूरी — दो बिंदुओं P और Q के बीच की दूरी उन्हें जोड़ने वाले रेखा खंड की लंबाई है और इसे PQ द्वारा दर्शाया जाता है।

Distance between Two Points - The distance between two points P and Q is the length of the line segment joining them and it is denoted by PO.

मध्यता — बिंदु C को दो बिंदुओं A और B के बीच स्थित माना जाता है, यदि A, B और C संरेख बिंदु हैं और AC + CB = AB है।



Betweenness - Point C is said to lie between the two points A and B, if A, B and C are collinear points and AC + CB = AB.



रेखाखंड का मध्यबिंदु — एक रेखाखंड AB को देखते हुए, बिंदु M को AB का मध्यबिंदु कहा जाता है, यदि M, AB का आंतरिक बिंदु है तथा AM =MB है। रेखा AB के अलावा M से होकर जाने वाली रेखा को खंड AB का समद्विभाजक कहा जाता है।

Midpoint of a Line Segment - Given a line segment AB, a point M is said to be the mid-point of AB, if M is an interior point of AB such that AM=MB.

Line through M, other than line AB, is callled the bisector of the segment AB.

विपरीत किरणें — दो किरणें AB और AC विपरीत किरणें कहलाती हैं यदि वे संरेख हों और बिंदु A इन दोंनों किरणों का एकमात्र उभयनिष्ठ बिंदु है।

Opposite Rays: Two rays AB and AC are said to be opposite rays if they are collinear and point A is the only common point of these two rays.

यूक्लिड के कुछ अभिगृहितः

- (a) जो चीजें एक ही चीज के बराबर हैं वे एक दूसरे के बराबर हैं।
- (b) यदि बराबरों को बराबरों में जोड़ा जाता है, तो पूर्ण बराबर होते हैं।

- (c) यदि बराबरों को बराबरों से घटा दिया जाए, तो शेषफल बराबर होता हैं।
- (d) वे वस्तुएँ जो परस्पर संपाती हो, वे एक दूसरे के बराबर होती हैं।
- (e) संपूर्ण भाग से बड़ा है।
- (f) जो चीजें एक ही चीज की दोगुनी होती हैं वे एक दूसरे के बराबर होती हैं।
- (g) जो चीजें एक ही चीज के आधे हिस्से हैं वे एक दूसरे के बराबर हैं।

Some Euclid'a exioms:

- (a) Things which are equal to the same thing are equal to one another.
- (b) If equals are added to equals, the wholes are equal.
- (c) If equals are subtracted from equals, the remainder are equal.
- (d) Things which coincide with one another are equal to one another.
- (e) The whole is greater than the part.
- (f) Things which are double of the same things are equal to one another.
- (g) Things which are halves of the same things are equal to one another.

युक्लिड की पाँच अभिघारणाएँ :

- (a) एक सीधी रेखा किसी एक बिंदु से किसी अन्य बिंदु तक खींची जा सकती है।
- (b) एक समाप्त रेखा अनिश्चित काल तक उत्पादित की जा सकती है।
- (c) किसी भी केन्द्र और किसी भी त्रिज्या को लेकर एक वृत्त खींचा जा सकता है।
- (d) सभी समकोण एक दूसरे के बराबर हैं।
- (e) यदि एक सीधी रेखा दो सीधी रेखाओं पर गिरने से उसके एक ही तरफ आंतरिक कोण बनाती है, यदि दो से कम समकोणों को एक साथ लिया जाए, तो दो सीधी रेखाएँ बनाई जाती हैं अनिश्चित काल तक, उस तरफ मिलते हैं जिस तरफ के कोणों का योग दो समकोण से कम होते हैं।

Euclid's Five Postulates:

- (a) A straight line may be drawn from any one point to any other point.
- (b) A terminated line can be produced indefinitely.
- (c) A circle can be drawn with any centre and any radius.
- (d) All right angles are equal to one another.

- (e) If a straight line falling on two straight lines makes the interior angles on the same side of it, taken together with less than two right angles, then the two straight lines, if produced indefinitely, meet on that side on which the sum of angles are less than two right angles.
- यूक्लिंड की पांचवी अवधारणा से समांतर रेखाओं के अस्तित्व का औचित्य निर्धारित होता है। Fifth postulate of Euclid imply the existence of parallel lines.

Multiple Choice Questions (बह्विकल्पीय प्रश्न)

- 1. एक ठोस के आयाम होते हैं।
 - a. एक
- b. दो
- c. तीन
- d. शून्य

A solid has dimensions.

- a. One
- b. Two
- c. Three
- d. Zero
- 2. एक बिंदु का आयाम होता है।
 - a. एक
- b. दो
- c. तीन
- d. शून्य

A point has dimension.

- a. One
- b. Two
- c. Three
- d. Zero
- 3. पिरामिड के आधार का आकार है:
 - a. त्रिभ्ज
- b. वर्ग
- c. आयत
- d. कोई भी बहुभुज

The shape of the base of a Pyramid is:-

- a. Triangle
- b. Square
- c. Rectangle
- d. Any polygon
- 4. ठोस की सीमाएँ कहलाती हैं :-
 - a. सतहें
- b. वक्र
- c. रेखाएँ
- d. बिन्दुओं

The boundraies of solid are called:-

- a. Surfaces
- b. Curves

d.

c. Lines

- Points
- 5. आकृति की एक सतह में होती है:
 - a. लंबाई, चौडाई और मोटाई
 - b. केवल लंबाई और चौडाई
 - c. केवल लंबाई और मोटाई
 - d. केवल चौडाई और मोटाई

A surface of shape has:-

- a. Length, breadth and thickness
- b. Length and breadth only
- c. Length and thickness only
- d. Breadth and thickness only

6. सतह के किनारे हैं:-

- a. बिंदुओं
- b. वक्र
- c. रेखाएँ
- d. इनमें से कोई नहीं

The edges of the surface are:-

- a. Points
- b. Curves
- c. Lines
- d. None of these

7. इनमें से कौन सा कथन यूक्लिड के अभिगृहित को संतुष्ट नहीं करता है?

- a. जो चीजें एक ही चीज के बराबर हैं वे एक दूसरे के बराबर होती हैं।
- b. यदि बराबरों में से बराबरों में जोड़ा जाए, तो पूर्ण बराबर होते हैं।
- c. यदि बराबरों में से बराबरों को घटा दिया जाए तो शेषफल बराबर होता है।
- d. पूर्ण अपने भाग से छोटा है।

Which of these statements do not satisfy Euclid's axiom?

- a. Things which are equal to the same thing are equal to one another
- b. If equal are added to equals, the wholes are equal.
- c. If equals are subtracted from equals, the remainder are equal.
- d. The whole is lesser than the part.

8. निम्नलिखित में से कौन सा कथन सत्य है?

- a. एक बिंदू से केवल एक ही रेखा गूजर सकती है।
- b. ऐसी अनंत रेखाएँ हैं, जो दो अलग—अलग बिंदुओं से होकर गुजरती हैं।
- c. एक सांत रेखा को दोनों तरफ अनिश्चित रूप से बढ़ाया जा सकता है।
- d. यदि दो वृत्त सर्वागसम हों तो उनकी त्रिज्याएँ असमान होती हैं।

Which of the following statements are true?

- a. only one line can pass through a single point.
- b. There is an infinite number of lines that pass through two distinct points.
- c. A terminated line can be produced indefinitely on both sides.
- d. If two circles are congurent, then their radii are unequal.

9.		के केंद्र से उर वी गई रेखा क		के किसी 1	बेंदु तक
	a.	त्रिज्या	b.	व्यास	
	c.	वृत्तखण्ड	d.	चाप	

The line drawn from the center of the circle to any point on its circumference is called:-

- a. Radius
- b. Diameter
- c. Sector
- d. Arc

10. यूक्लिड के अभिधारणाओं की कुल संख्या है:--

- a. तीन
- b. चार
- c. पाँच
- d. छह

There are number of Euclid's Postulates.

- (a) Three
- (b) Four
- (c) Five
- (d) Six

11. युक्लिड की पाँचवी अभिधारणा है:-

- a. संपूर्ण भाग से बड़ा है।
- b. सभी समकोण एक दूसरे के बराबर होते हैं।
- c. यदि एक सीधी रेखा दो सीधी रेखाओं पर गिरती हैं तो एक ही तरफ के आंतरिक कोण बनाती है इसे मिलाकर दो से कम समकोण बनाए जाते हैं, तो दो सीधी रेखाएं बनाई जाती हैं अनिश्चित काल तक, उस तरफ मिलते हैं जिस तरफ के कोणों का योग दो समकोण से कम होता है।
- d. एक वृत्त को किसी भी केंद्र और किसी भी त्रिज्या के साथ वर्णित किया जा सकता है।

Euclid's fifth postulate is:-

- a. The whole is greater than the part
- b. All right angles are equal to one another.
- c. If a straight line falling on two straight lines makes the interior angles on the same side of it taken together less than two right angles, then the two straight lines if produced indefinitely, meet on that side on which the sum of angles is less than two right angles.
- d. A circle may be described with any centre and any radius.

12. ठोस से बिंदु तक के तीन चरण है:--

- a. रेखाएँ बिंदु सतहें ठोस
- b. रेखाएँ सतहें बिंदू ठोस
- c. ठोस रेखाएँ सतहें बिंदु
- d. ठोस सतहंं रेखा–बिंदु

The three steps form solids to points are:-

- a. Lines points surfaces solids
- b. Lines surfaces points solids
- c. Solids lines surfaces points
- d. Solids surfaces lines points

13. अभिगृहीत माने गए हैं

- a. प्रमेय
- b. परिभाषा
- c. ज्यामिति के लिए विशिष्ट सार्वभौमिक सत्य
- d. गणित की सभी शाखाओं के लिए सार्वभौमिक सत्य

Axioms are assumed

- a. Theorem.
- b. Definition.
- c. Universal truths specific to geometry.
- d. Universal truths in all branches of mathematics.

14. निम्नलिखित में से किसको प्रमाण की आवश्यकता है?

- a. परिभाषा
- b. अभिधारणा
- c. प्रमेय
- d. अभिगृहित

Which of the following needs a proof?

- a. Definition
- b. Postulate
- c. Theorem
- d. Axiom

15. यह ज्ञात है कि यदि x+y=10 है तो x+y+z=10+z है। यूक्लिड का अभिगृहीत कथन जो इस कथन को दर्शाता है वह है:—

- a. प्रथम अभिगृहीत
- b. दूसरा अभिगृहीत
- c. तीसरा अभिगृहीत
- d. चौथा स्वयंसिद्ध

It is known that if x + y = 10 then x + y + z = 10 + z, Euclid's axiom that illustrates this statement is:-

- a. First Axiom
- b. Second Axiom
- c. Third Axiom
- d. Fourth Axiom

16. 'रेखाएँ समान्तर होती हैं यदि वे प्रतिच्छेद न करें' के रुप में कहा गया है:-

- a. परिभाषा
- b. प्रमाण
- c. अभिधारणा
- d. स्वयंसिद्ध

'Lines are parallel if they do not intersect' is stated in the form of:-

- a. Definition
- b. Proof
- c. Postulate
- d. Axiom

17. पिरामिड के पार्श्व फलक हैं:--

	a.	वर्ग	b.	त्रि <u>भ</u> ुज		c.	Both a and b			
	c.	बहुभुज	d.	समलंब		d.	None of these			
	The	The side faces of a pyramid are:-			22.		_		लिए, एक रेखा	
	a.	Square	b.	Triangles		होर्त	ो है जो उनसे होव	म्या जि	रती है।	
	c.	Polygons	d.	Trapezium		a.	दो	b.	तीन	
18.	यूवि	लंड ने कहा कि र	प्तभी सम	कोण एक–दूसरे के		c.	अनंत	d.	अद्वितीय	
	बराबर होते हैं। ये कथन किस रूप में कहा गया है?					For two distinct point, there is a				
	a.	परिभाषा	b.	प्रमाण			ch passes through			
	c.	अभिधारणा	d.	स्वयंसिद्ध		a.	Two	b.	Three	
	Euc	elid stated that all	l right a	angles are equal to	22	c.	Infinite	d.	Unique	٠.
	eac	h other is in the fo	orm of :	-	23.		रखा को			
	a.	Definition	b.	Proof		a.	निश्चित रुप से	b.		य स
	c.	Postulate	d.	Axiom		c.	a और b दोनों	d.	कोई नहीं	
19.		श्री यंत्र (अथर्ववेद में) में अंतर्गुंथित समद्विबाहु					terminated line c	_		
	ात्रभ्	ज़ों की संख्या है:-				a.	Finitely	b.	Indefinitely	
	a.	7	b.	8		c.	Both a and b	d.	None	,
	C.	9	d.	11	24.		गी भी केन्द्र को ले			लकर
	The number of interwoven isoceles triangles in Sri Yantra (in the Atharvaveda) is:-						वृत्त खींचा जा स			€÷
	a.	7	b.	8		a.	कोई भी व्यास			
	c.	9	d.	11		c.	कोई भी त्रिज्या		· ·	
20.	जो	वस्तुएँ एक ही वस्तु	तु की दो	गुनी हो, होती हैं:-		A C	ircle can be dra •	wn Witi	n any centre	and
	a.	बराबर		·		a.	Any diameter	b.	Any permet	er
	b.	असमान				c.	Any radius	d.	Not confirm	
	c.	एक ही चीज का	दोगना		25.	सभी	। समकोण एक दूर	ारे के	होते हैं	<i>[</i>]
	d.	एक ही चीज के उ	•	से		a.	बराबर नहीं	b.	बराबर	
		•	-			c.	a और b दोनों	d.	कोई नहीं	
		The things which are double of the same thing are:-					All right angles are to one another.			
	a.	equal				a.	Not equal	b.	Equal	
	b.	unequal				c.	Both a and b	d.	None	
	c.	double of the sar	-	•	26.	दो	अलग–अलग रेखाः	ओं में .	से 3	मधिक
	d.	halves of the san	_			बिंदु	, उभयनिष्ठ नहीं ह	ो सकते	1	
21.			ो एक	बिंदु से खींची जा		a.	दो	b.	तीन	
		ती है:				c.	अनंत	d.	एक	
	a.	कोई अन्य बिंदु त				Two	distinct lines can	not hav	e more than .	•••••
	b.	कोई अन्य दो बिंद्	ु तक			poii	nts in common.			
	c.	a और b दोनों				a.	Two	b.	Three	
	d.	इनमें से कोई नही	İ		27.	c.	Infinite	d.	One	
		A straight line may be drawn from any one				दो	रेखाएँ समानांतर ह		जब	
	point to:-					a.	वे समान दूरी पर	हैं		
	a. b	Any other point				b.	वे समान हैं			
	b.	Any other two p	OIIII							

	c. एक रेखा पर प्रत्येक बिंदु की लंबवत दूरी दूसरी रेखा से समान होती है					एक बिन्दु से समान दूरी पर स्थित बिन्दुओं क बिन्दुपथ कहलाता है:—				
	d.	b और c दोनों				a.	वर्ग	b.	वृत्त	
	The	two lines are para	llel, wl	nen		c.	दीर्घवृत्त	d.	आयत	
	a. They are equdistant					The locus of points which is is at a same distanc				
	b. They are equal					fror	n a point is kno	wn as:-		
	c.	_		f each point on one		a.	Square	b.	Circle	
		is same from the otl	her line			c.	Ellipse	d.	Rectangle	
••	d.	Both b and c.	Δ	- 	33.				रेभाषाओं, स्वयंसिद्ध	
28.		ामानांतर रेखाओं व ——							ं और निगमनात्मक िक्स करें हैं।	
	a.	समान	b.	ऋणात्मक व्युत्क्रम			का उपयोग कर			
	c.	शून्य	d.	परिभाषित नहीं		a.	धारणाएँ	b.	प्रमेय	
	The	slopes of two para				c.	a और b दोनों	d.	कोई नहीं	
	a.	Equal	b.	Negative reciprocal		•••••			hich are proved	
	c.	Zero d. Not defined				using defintions, axioms, previously proved statements and deductive reasoning.				
29.	दो रे	खाओं को लंबवत				a.	Assumptions	b.	Theorems	
	a.	उनके बीच का कोण	Т 180°	8		c.	Both a and b	d.	None	
	b.	उनके बीच का कोण	т 270°	8	34.		ऐसी घार	णाएँ हैं ज	नो सार्वभौमिक सत्य	
	c.	उनके बीच का कोण	ग 90⁰ है			हैं लेकिन वे सिद्ध नहीं हैं।				
	d.	उनके बीच का कोण	ग 0° है			a.	अभिगृहीत	b.	अभिधारणा	
	The two lines are said to be perpendicular, when:-					c.	धारणाएँ	d.	a और b दोनों	
		n:-				C.	पारणार्	u.		
	wher		em is 1	80^{0}		•••••	are the assi	umtions w	which are universa	
		Angle between the Angle between the				trut	are the assuchs but they are	umtions w	vhich are universales.	
	wher a.	Angle between the	em is 2	70^{0}		trut a.	are the assuchs but they are Axioms	umtions w not prove b.	which are universales. Postulates	
	whera. b. c.	Angle between the Angle between the Angle between the	em is 2 em is 9	70^{0} 0^{0}	25	trut a. c.	hs but they are Axioms Assumtions	umtions w not prove b. d.	which are universales. Postulates Both a and b	
30.	when a. b. c. d.	Angle between the	em is 2 em is 9 em is 0	70^{0} 0^{0}	35.	trut a. c.	hs but they are Axioms Assumtions	umtions w not prove b. d. रक दूसरे	which are universales. Postulates Both a and b को केवल	
30.	when a. b. c. d.	Angle between the Angle between the Angle between the Angle between the	em is 2 em is 9 em is 0	70^{0} 0^{0}	35.	trut a. c.	are the assi hs but they are Axioms Assumtions भी दो रेखाएँ प	umtions w not prove b. d. रक दूसरे	which are universales. Postulates Both a and b को केवल	
30.	when a. b. c. d. रेखा	Angle between the Angle between the Angle between the Angle between the से किसी बिंदु की	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह	70° 0° ोती है:—	35.	 trut a. c. कोई बि	are the assi hs but they are Axioms Assumtions भी दो रेखाएँ प दु पर प्रतिच्छेद	umtions w not prove b. d. रक दूसरे करती हैं	which are universales. Postulates Both a and b को केवल	
30.	where a. b. c. d. रेखा a. c. The	Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any po	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d.	70° 0° • ोती है :— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों	35.	trut a. c. कोई बि a. c.	are the assume the but they are Axioms Assumtions भी दो रेखाएँ प्रांदु पर प्रतिच्छेद दो अनंत	umtions w not prove b. d. एक दूसरे करती हैं b. d.	which are universales. Postulates Both a and b को केवल	
30.	wher a. b. c. d. रेखा a. c. The	Angle between the Angle between the Angle between the Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any po	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d.	70° 0° • ोती है :— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों	35.	trut a. c. कोई वि a. c. Any	mare the assume the hearth of heart	umtions w not prove b. d. एक दूसरे करती हैं b. d.	which are universales. Postulates Both a and b को केवल ा तीन केवल एक	
30.	where a. b. c. d. रेखा a. c. The a. b.	Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any possible between the Angle between the Roman किसी किसी किसी किसी किसी किसी किसी किसी	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d.	70° 0° • ोती है :— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों	35.	trut a. c. कोई a. c. Any poin a.	mare the assume the Axioms Axioms Assumtions भी दो रेखाएँ प्रांदु पर प्रतिच्छेद दो अनंत two lines internationly. Two	umtions wond prove b. d. एक दूसरे करती हैं b. d. sect each b.	which are universales. Postulates Both a and b को केवल I तीन केवल एक other in a	
30.	wher a. b. c. d. रेखा a. c. The	Angle between the Angle between the Angle between the Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any po	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d.	70° 0° • ोती है :— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों		a. c. कोई a. c. Any poin a. c.	Axioms Assumtions भी दो रेखाएँ प दो अनंत v two lines internationly. Two Infinite	umtions we not prove b. d. एक दूसरे करती हैं b. d. sect each b. d.	which are universales. Postulates Both a and b को केवल	
	a. b. c. d. रेखा a. c. The a. b. c. d.	Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any po Shortese distance Longest distance Perpendicular distance Both a and c.	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d. bint fro	70° 0° ोती हैं:— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों m the line is the:-	35. 36.	a. c. कोई a. c. Any poin a. c. qत	Axioms Assumtions H दो रेखाएँ प दु पर प्रतिच्छेद दो अनंत two lines internt only. Two Infinite की लंबाई का उ	umtions we not prove b. d. एक दूसरे b. d. sect each d. sect quantity quant	vhich are universales. Postulates Both a and b को केवल	
30.	where a. b. c. d. रेखा a. c. The a. b. c. d. c.	Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any po Shortese distance Longest distance Perpendicular distance Both a and c.	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d. vint fro	70° 0° • ोती है :— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों		a. c. कोई a. c. Any poin a. c. वृत्त	Axioms Assumtions Assumtions भी दो रेखाएँ प दु पर प्रतिच्छेद दो अनंत two lines internt only. Two Infinite की लंबाई का अ	umtions we not prove b. d. एक दूसरे b. d. sect each d. sect of the b. d. b. d.	vhich are universales. Postulates Both a and b को केवल I तीन केवल एक other in a Three Single	
	where a. b. c. d. रेखा a. c. The a. b. c. d. दो अ	Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any po Shortese distance Longest distance Perpendicular distance Perpendicular distance Roth a and c.	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d. vint fro	70° 0° 1 ती है:— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों m the line is the:-		trut a. c. कोई a. c. Any poin a. c. वृत्त a.	Axioms Assumtions Assumtions भी दो रेखाएँ प दे पर प्रतिच्छेद दो अनंत two lines internt only. Two Infinite की लंबाई का अ जीवा	umtions we not prove b. d. एक दूसरे करती हैं b. d. sect each d. sect of the d. sect of the d. sect of the d. d. d. d.	which are universales. Postulates Both a and b को केवल I तीन केवल एक other in a Three Single की है। परिधि त्रिज्या	
	where a. b. c. d. रेखा a. c. The a. b. c. d. पर a.	Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any po Shortese distance Longest distance Perpendicular distan	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d. sint fro	70° 0° 1 ती हैं:— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों m the line is the:-		a. c. कोई a. c. Any poin a. c. वृत्त a. c. The	Axioms Assumtions भी दो रेखाएँ प्रेंदु पर प्रतिच्छेद दो अनंत two lines internt only. Two Infinite की लंबाई का अ जीवा व्यास	umtions we not prove b. d. रक दूसरे करती हैं b. d. sect each b. d. sect each b. d. rcle mean	which are universales. Postulates Both a and b को केवल	
	where a. b. c. d. रेखा a. c. The a. b. c. d. a. c. c. d. c. c. d. c. c.	Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any po Shortese distance Longest distance Perpendicular distan	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d. sint fro tance b. d.	70° 0° 1 ती है:— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों m the line is the:- खाएँ एक ही रेखा समानांतर कोई नहीं		a. c. कोई a. c. Any poin a. c. qत a. c. The	Axioms Assumtions Assumtions भी दो रेखाएँ प दु पर प्रतिच्छेद दो अनंत two lines internt only. Two Infinite की लंबाई का अ जीवा व्यास	umtions we not prove b. d. एक दूसरे करती हैं b. d. sect each d. sect	which are universales. Postulates Both a and b को केवल I तीन केवल एक other in a Three Single की है। परिधि त्रिज्या ns of circle. Circumference	
	where a. b. c. d. रेखा a. c. The a. b. c. d. दो 3 पर a. c. Two	Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any po Shortese distance Longest distance Perpendicular distan	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d. sint fro tance b. d.	70° 0° 1 ती है:— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों m the line is the:- खाएँ एक ही रेखा समानांतर कोई नहीं	36.	a. c. कोई a. c. Any poin a. c. qत c. The	Axioms Assumtions Assumtions भी दो रेखाएँ प दो अनंत अनंत Two lines internationly. Two Infinite की लंबाई का अ जीवा व्यास length of the ci Chord Diameter	umtions we not prove b. d. रक दूसरे करती हैं b. d. sect each b. d. sect emean b. d. rcle mean d.	which are universales. Postulates Both a and b को केवल तीन केवल एक other in a Three Single की है। परिधि त्रिज्या ns of circle. Circumference Radius	
	where a. b. c. d. रेखा a. c. The a. b. c. d. दो 3 पर a. c. Two	Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any po Shortese distance Perpendicular	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d. sint fro tance b. d.	70° 0° 1 ती है:— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों m the line is the:- खाएँ एक ही रेखा समानांतर कोई नहीं		trut a. c. कोई a. c. Any poin a. c. वृत्त a. c. The a. c.	Axioms Assumtions H दो रेखाएँ प्रेंदु पर प्रतिच्छेद दो अनंत two lines internt only. Two Infinite की लंबाई का अ जीवा व्यास length of the ci Chord Diameter के बाहरी भाग व	umtions we not prove b. d. रक दूसरे करती हैं b. d. sect each b. d. sect emean d. ciai ही लंबाई	which are universales. Postulates Both a and b को केवल	
	where a. b. c. d. रेखा a. c. The a. b. c. d. a. c. Two to th	Angle between the से किसी बिंदु की सबसे कम दूरी लंबवत दूरी distance of any po Shortese distance Longest distance Perpendicular distan	em is 2 em is 9 em is 0 दूरी ह b. d. sint fro tance b. d. p. tance	70° 0° 1 ती है:— सबसे लंबी दूरी a और c दोनों m the line is the:- खाएँ एक ही रेखा समानांतर कोई नहीं s cannot be	36.	a. c. कोई a. c. Any poin a. c. qत c. The	Axioms Assumtions Assumtions भी दो रेखाएँ प दो अनंत अनंत Two lines internationly. Two Infinite की लंबाई का अ जीवा व्यास length of the ci Chord Diameter	umtions we not prove b. d. रक दूसरे करती हैं b. d. sect each b. d. sect emean b. d. rcle mean d.	which are universales. Postulates Both a and b को केवल तीन केवल एक other in a Three Single की है। परिधि त्रिज्या ns of circle. Circumference Radius	

	c.	विकर्ण	d.	कोई नहीं						
	The	length of boundry	of squa	re means:-						
	a.	Perimeter	b.	Area						
	c.	Diagonal	d.	None						
38.	वृत्त का क्षेत्रफल निर्भर करता है:									
	a.	त्रिज्या	b.	परिधि						
	c.	व्यास	d.	इनमें से सभी						
	The	area of circle depe	ıds on:	-						
	a.	Radius	b.	Circumference						
	c.	Diameter	d.	All of the above						
39.	जिस आयत की सभी भुजाएँ बराबर हों, उसे कहा जाता है:									
	a.	घन	b.	चतुर्भुज						
	c.	वर्ग	d.	घनाभ						
	The	rectangle having all	sides ed	nual is known as:-						
	a.	Cube	b.	Quadrilateral						
	c.	Square	d.	Cubiod						
40.	यदि हैं:–	दो रेखाओं का ढ़ला	न समा	न है, तो ये रेखाएँ						
	a.	समांतर	b.	लंबवत						
	c.	सामान्य	d.	प्रतिच्छेदी						
	If the slopes of the two lines are equal then these lines are:-									
	a.	Parallel	b.	Perpendicular						
	c.	Normal	d.	Intersecting						
41.	यूक्लिड किस देश के निवासी थे?									
	a.	बेबीलोन	b.	मिस्त्र						
	c.	यूनान	d.	भारत						
	Eucl	id was resident of v	which o	country?						
	a.	Babylon	b.	Egypt						
	c.	Greece	d.	India						
42.		नड का सबसे बड़ा ं में विभाजित हैं?	ग्रंथ	एलिमेंट्स कितने						
	a.	9	b.	11						
	c.	12	d.	13						
	Eucl	id's biggest treatis	se Eler	nents is divided						
		how many parts?	1	11						
	a.	9	b. d.	11						
42	c.	12		13						
43.		ि किस देश के गणि बेबीलोन	तज्ञ थ b.	। मिस्त्र						
	a.									
	c.	यूनान	d.	भारत						

Thales was the mathematician of which country?

- a. Babylon
- b. Egypt
- c. Greece
- d. India

44. पाइथागोरस किसके शिष्य थे?

- a. थेल्स
- b. यूक्लिड
- c. आर्यभट्ट
- d. न्यूटन

Whose disciple was Pythagoras?

- a. Thales
- b. Euclid
- c. Aryabhata
- d. Newton

45. यूक्लिड के प्रसिद्ध ग्रंथ का क्या नाम है?

- a. एलिमेंट्स
- b. ज्यामिति
- c. यूक्लिड
- d. रचना

What is the name of Euclid's famous treatise?

- a. Elements
- b. Geometry
- c. Euclid
- d. Construction

Multiple Choice Questions (बहुविकल्पीय प्रश्न)

 क्या यूक्लिड की पाँचवीं अभिधारणा समानांतर रेखाओं के अस्तित्व का संकेत देती है?

Does Euclid's fifth postulate imply the existence of parallel lines?

2. यूक्लिडियन ज्यामिति केवल घुमावदार सतहों के लिए मान्य है, सही या गलत?

Euclidean geometry is valid only for curved surfaces, True or False?

3. सतह के किनारे वक्र हैं, सही या गलत ?

The boundaries of the solids are curves, True or False?

4. सतह के किनारे वक्र हैं, सही या गलत?

The edges of a surface are curves, True or False?

5. जो वस्तुएँ एक ही वस्तु की दोगुनी होती हैं वे एक दूसरे के बराबर होती हैं, सही या गलत?

The things which are double of the same thing are equal to one another, True or False?

6. आप यूक्लिड की पाँचवीं अभिधारणा को फिर से कैसे लिखेंगे ताकि इसे समझना असान हो जाए?

How would you rewrite Euclid's fifth postulate so that it would be easier to understand?

7. यूक्लिड के अभिगृहितों की सूची में अभिगृहित 5 को 'सार्वभैमिक सत्य' क्यों मान जाता है? (ध्यान दें कि प्रश्न

यदि पाँचवीं अभिधारणा के बारे मे नहीं हैं)

Why is axiom 5, in the list of Euclid's axioms, considered as 'universal truth? (Note that the question if not about fifth postulate)

8. दिया है कि a+b=15 तो a+b+c=15+c. तो फिर यूक्लिड का कौन सा अभिगृहित कथन इस कथन को दर्शाता है?

Given that a + b = 15 then a + b + c = 15 + c. then which of the Euclid's axiom illustrates this statement?

9. रिव और केतन का वजन समान है। यदि उनमें से प्रत्येक का वजन 2 किलोग्राम बढ़ जाता है, तो उनके नए वजन के बीच तुलना की गणना कीजिए।

Ravi and Ketan have the same weight. If they each gain weight by 2 kg, calculate the comparison between their new weights.

10. दो सेल्समैन अगस्त के महीने में समान बिक्री करते हैं। सितंबर में, प्रत्येक सेल्समैन अगस्त महीने की अपनी बिक्री को दोगुना कर देता है। सितंबर में उनकी बिक्री की तुलना कीजिए।

> Two salesmen make equal sales during the month of August. In September, each salesman doubles his sales for the month of August. Compare their sales in September.

Short Answer Type Questions (लघु उत्तरीय प्रश्न)

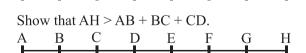
- 1. यूक्लिड की ज्यामिति के पाँच अभिधारणाएँ क्या हैं? What are the five postulates of Euclid's Geometry?
- 2. यदि AC = BD है, तो सिद्ध कीजिए कि AB = CD है।



If AC = BD, then prove that AB = CD.



3. दिखाएँ कि AH > AB + BC + CD



4. यदि A, B और C एक रेखा पर स्थित तीन बिंदु है और B बिंदुओं A और C के बीच स्थित है तो सिद्ध कीजिए कि AB + BC = AC हैं।

If A, B and C are three points lying on a line and B lies between the points A and C, then prove that AB + BC = AC.

5. यह ज्ञात है कि x + y = 10 और x = z. दिखाएँ कि z + y = 10.

It is know that x + y = 10 and that x = z. show that z + y = 10.

Long Answer Type Questions (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

1. यदि एक बिंदु C दो बिंदुओं A और B के बीच इस प्रकार स्थित है कि AC = BC है, तो सिद्ध कीजिए कि $AC = \frac{1}{2} AB$ है। चित्र बनाकर समझाइये।

If a point C lies between two points A and B such that AC = BC, then prove that AC = 1/2 AB. Explain by drawing the figure.

- 2. Q. 1 में, बिंदु C को रेखा खंड AB का मध्य-बिंदु कहा जाता है। सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक रेखाखंड का एक और केवल एक मध्य-बिंद होता है।
 - In Q. 1, point C is called a mid-point of line segment AB. Prove that every line segment has one and only one mid-point.
- 3. नीचे दिए गए दो 'अभिधारणाओं' पर विचार करें :
 - (i) किन्हीं दो अलग—अलग बिंदुओं A और B को देखते हुए, एक तीसरा बिंदु C मौजुद है, जो A और B के बीच है।
 - (ii) कम से कम तीन बिंदु मौजूद हैं जो एक ही रेखा पर नहीं हैं।

क्या इन अभिधारणाओं में कोई अपरिभाषित पद शामिल हैं? क्या ये अभिधारणाएँ सुसंगत हैं? क्या वे यूक्लिड की अभिधारणाओं का अनुसरण करते हैं? व्याख्या कीजिए।

Consider the two 'postulates' given below:

- (i) Given any two distinct points A and B, there exists a third point C, which is between A and B.
- (ii) There exists at least three points that are not on the same line.

Do these postulates contain any undefined terms? Are these postulates consistent?

Do they follow from Euclid's postulates? Explain.

Multiple Choice Question (बहुविक्लपीय प्रश्न)								
1.c	2.d	3.d	4.a	5.b	6.c	7.d		
8.c	9.a	10.c	11.c	12.d	13.d	14.c		
15.b	16.a	17.b	18.c	19.c	20.a	21.a		
22.d	23.b	24.c	25.b	26.d	27.c	28.a		
29.c	30.c	31.b	32.b	33.b	34.d	35.d		
36.b	37.c	38.d	39.c	40.a	41.b	42.d		
43 c	44 a	45 a						

Η

Very Short Answer Questions (अति लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर)

- 1. ਵੀਂ, Yes
- 2. गलत, False
- 3. गलत, False
- 4. गलत, False
- 5. सही. True
- 6. दो भिन्न प्रतिच्छेदी रेखाएँ एक ही रेखा के समांतर नहीं हो सकती।

Two distinct intersecting lines cannot be parallel to the same line.

7. विश्व के किसी भाग में किसी भी वस्तु के लिए यह सत्य है इसलिए इसे सर्वभौमिक सत्य माना जाता है।

> It is valid always for everything in the universe. Hence this axiom is known as universal truth.

- 8. द्वितीय अभिगृहित (Second Axiom)
- 9. बराबर (Equal)
- 10. बराबर (Equal)

Short Answer Questions (लघु उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर)

- 1. a.) एक बिन्दु से दूसरे बिंदु तक एक सीधी रेखा खींची जा सकती है।
 - b.) एक सांत रेखा को अनिश्चित रूप से बढाया जा सकता है।
 - c.) किसी भी केंद्र और किसी भी त्रिज्या को लेकर एक वृत खींचा जा सकता है।
 - d.) सभी समकोण एक दूसरे के बराबर होते है।
 - e.) यदि कोई सीधी रेखा दो सीधी रेखाओं पर गिरती है, तो उसकी एक तरफ के आंतरिक कोण दो समकोणों से कम बनते है, तो दो सीधी रेखाएँ अनिश्चित काल तक बढ़ाए जाने पर, उस तरफ मिलती है, जिस तरफ के कोणों का योग दो समकोण से कम होता है।
 - a.) A straight line may be drawn from one point to any other point.
 - b.) A terminated line can be produced indefinitely.
 - c.) A circle can be drawn with any centre and any radius.
 - d.) All right angles are equal to one another.
 - e.) If a straight line falling on two straight lines

makes the interior angles on the same side of it taken together less than two right angles, then the two straight lines, if produced indefinitely, meet on that side on which the sum of angles is less than two right angles.

2. दिया है, AC = BD....(1)

चित्र से



AC = AB + BC....(2)

$$BD = BC + CD$$
....(3)

समीकरण (1), (2) और (3) से

$$AB + BC = BC + CD$$

इसलिए AB = CD सत्यापित

Given, AC = CD.....(1) From Figure,



AC = AB + BC

BD = BC + CD

From Equation (1), (2) and (3)

AB + BC = BC + CD

 \therefore AC = BD Hence Proved



चित्र से.

AB + BC + CD = AD

AD, AH का एक भाग है,

युक्लिड के अभिगृहित के अनुसार, " सम्पूर्ण भाग से बड़ा है।"

i.e AH > AD

अतः लम्बाई AH > लम्बाई AD

∴ AH > AB + BC + CD सत्यापित



From Figure

AB + BC + CD = AD

AD is a part of AH.

According to Euclid is axiom, "The whole is greater than the part.'

i.e AH > AD

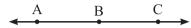
Hence, length AH > Length AD

 \therefore AH > AB + BC + CD Hence Proved

4. A B C

दिया है B एक बिन्दु है जो AC रेखा में है। युक्लिड अभिधारणा से,

$$AC - AB = BC$$



Given B is a point which lies on the line AC from Euclid's postulate,

$$\Rightarrow$$
 AC – AB = BC

$$\therefore$$
 AC = AB + BC Hence Proved

5. दिया है x + y = 10.....(1) और x = z(2)

> युक्लिड द्वितीय अभिगृहित से, बराबरों को बराबर में जोड़ने पर सम्पूर्ण भी बराबर होती है।

समीकरण (2) से

$$x + y = z + y$$

समीकरण (1) से

$$z + y = 10$$

अत: z + y = 10 Ans

Given x + y = 10....(1)

and
$$x = z$$
(2)

From Euclid second axiom If equals are added to the equals, the wholes are equal.

From equation (2)

$$x + y = z + y$$

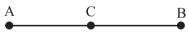
From (1)

$$z + y = 10$$

$$\therefore$$
 z + y = 10 Ans

Long Answer Questions (दीर्घ उत्तरीय प्रश्नों के उत्तर)

1.



दिया है AC = BC

अब.

दोनों पक्षो में AC जोड़ने पर

$$AC + AC = BC + AC$$

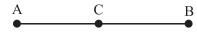
$$2AC = BC + AC$$

∵ हम जानते है

$$BC + AC = AB$$
 (चित्र से)

$$\therefore$$
 2AC = AB

$$\Rightarrow$$
 AC = $\frac{1}{2}$ AB सत्यापित



Given AC = BC

Now.

add AC to both sides

$$AC + AC = BC + AC$$

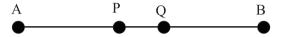
$$2AC = BC + AC$$

Since, we know

BC + AC = AB (From figure)

$$\therefore$$
 2AC = AB

$$\therefore$$
 AC = $\frac{1}{2}$ AB Proved



माना AB एक रेखाखंड है जिसके दो मध्य बिन्दु P तथा O है।

$$\therefore \qquad AP = PB....(1)$$

अब.

2.

$$BP + AP = AB$$
(3)

इसी प्रकार

$$QB + AQ = AB \dots (4)$$

अब.

समीo(1) के दोनों पक्षो में AP जोडने पर

$$AP + AP = PB + AP$$

(बराबरों में बराबरों को जोड़ने पर परिणाम भी बराबर होता है।)

इसी प्रकार

समी० (5) तथा समी० (6) से,

$$\Rightarrow$$
 AP = AO

अतः हम यह निष्कर्ष निकाल सकते है कि P तथा Q संपाती है। ये इस बात का विरोधाभाष है कि P तथा Q दो अलग अलग बिन्दू है।

अतः प्रत्येक रेखा का केवल एक ही मध्य बिन्द् होता है।



Let AB be the line Segment Assume that points P and Q are the two different mid points of AB

Therefore,
$$AP = PB$$
....(1) and $AQ = QB$(2)

Also,

$$BP + AP = AB$$
(3)

(As it coincides with the segment AB)

Similarly,

$$QB + AQ = AB$$
(4)

Now, Adding AP to the LHS and RHS of the equation (1), we get

$$AP + AP = PB + AP$$

(If equals are added to equals, the wholes are equal.)

$$\therefore$$
 2AP = AB....(5)

Similarly

$$2AQ = AB....(6)$$

From (5) and (6)

$$\Rightarrow AP = AQ$$

Thus, we conclude that P and Q are the same points. This cantradicts our assumption that P and Q are two different midpoints of AB.

Thus, it proved that every line segment has one and only one midpoint.

- 3. हाँ, इन अभिधारणाओं में बिन्दु, रेखा जैसे अपरिभाषित पद है।
 - ये अभिधारणाएँ सुसंगत है क्योंकि ये दो अलग वस्तुओं से संबंधितत है।

ये कथन युक्लिड की अभिधारणाओं का पालन नहीं करते परंतु युक्लिड के अभिगृहित ''दो बिन्दुओं से केवल एक ही रेखा खींची जा सकती है' का पालन करती है।

Yes, these postulates contain undefined terms like point and line.

These two statements are Consistent as they talk about two different situations meaning different things.

These statements do not follow Euclids postulates but one of the axioms about "Given any two points, a unique line that passes through them" is followed.