

कुल छपे पृष्ठों की संख्या - 6  
कुल छपे प्रश्नों की संख्या - 27

A-65-6.5

नामांक

## अर्द्ध वार्षिक परीक्षा सत्र 2017-2018

कक्षा—XII ( बारहवीं )

विषय—गणित ( Maths )

समय : 3¼ घंटे

पूर्णांक : 70

निर्देश : ( 1 ) सभी प्रश्न हल करना अनिवार्य हैं।

( 2 ) विद्यार्थी अपने नामांक प्रश्न-पत्र पर अनिवार्यतः लिखे।

( 3 ) जिस प्रश्न के एक से अधिक भाग हैं, उन सभी भागों का उत्तर एक साथ ही लिखें, भिन्न-भिन्न दो स्थानों पर नहीं लिखें।

( 4 ) प्रत्येक प्रश्न का उत्तर दी गई उत्तर-पुस्तिका में ही लिखें।

( 5 ) प्रत्येक प्रश्न के अंक प्रश्न के सामने अंकित है।

1.  $\sin^{-1}(1)$  कोण का मुख्य मान लिखिये।

Find principal value of angle  $\sin^{-1}(1)$ .

2. यदि आव्यूह  $\begin{bmatrix} K+4 & -1 \\ 3 & K-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$  हो, तो a का मान ज्ञात कीजिये।

If matrix  $\begin{bmatrix} K+4 & -1 \\ 3 & K-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ , then find the value of a.

3. सारणिक  $\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 1 & -5 & 2 \end{vmatrix}$  में अवयव 4 का सहखण्डज है।

Find the cofactors of element 4 in determinants  $\Delta = \begin{vmatrix} 7 & 4 & -1 \\ -2 & 3 & 0 \\ 1 & -5 & 2 \end{vmatrix}$

क. पू. उ.

4. यदि फलन  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ ,  $x = 3$  पर संतत है तब  $f(3)$  का मान ज्ञात करो। 1

If function  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$  is continuous on  $x = 3$  then find the value of  $f(3)$ .

5.  $\int \frac{1}{\sqrt{1 + \cos 2x}}$  का  $x$  के सापेक्ष समाकलन कीजिये। 1

Integrates with respect to  $x \int \frac{1}{\sqrt{1 + \cos 2x}}$

6. वक्र  $y = x$ ,  $x = 1$  तथा  $x$ -अक्ष से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। 1

Calculate the area of the region bounded by curve  $y = x$ ,  $x = 1$  and  $x$ -axis.

7. अवकल समीकरण  $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \frac{dy}{dx} = 0$  में घात एवं कोटि बताइये। 1

Find the order and degree of given differential equation :

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + \frac{dy}{dx} = 0$$

8. सदिश  $3i$  की दिक् कोज्याएँ लिखिये। 1

Write direction cosines of vector  $3i$ .

9. यदि दो निष्पक्ष पासों की जोड़ी को एक बार फेंका जाता है तो दोनों पासों पर अंकों का योग 5 आने की प्रायिकता ज्ञात करो। 1

Calculate the probability of sum of two numbers 5. If two dice are thrown randomly.

10. यदि पूर्णांकों के समुच्चय  $Z$  में संक्रिया  $*$ ,  $a*b = a + b + 1$ ,  $\forall a, b \in Z$  द्वारा परिभाषित है, तो सिद्ध कीजिये कि  $*$  क्रम विनिमेय एवं साहचर्य है। 2

An operation \* define as  $a * b = a + b + 1, \forall a, b \in Z$  in the set of integers  $Z$ . Then prove that the operation \* is commulative and assosiative.

11. यदि आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  तथा  $B = \begin{bmatrix} 6 & -7 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  हो, तो सिद्ध कीजिये : 2

$$(AB)^T = B^T A^T$$

If matrix  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -5 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 6 & -7 & 0 \\ -1 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  then prove that  $(AB)^T = B^T A^T$

12. निम्न फलन के लिये रोले प्रमेय का सत्यापन कीजिये : 2

$$f(x) = e^{-x} \sin x$$

Prove the Rolle's theorem for given function :

$$f(x) = e^{-x} \sin x$$

13. समान परिमाण वाले दो विभिन्न सदिश लिखिये। 2

Write two different vectors with equal magnitude.

14. दो घटनायें A व B इस प्रकार हैं, कि  $P(A) = \frac{1}{4}, P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{1}{2}$  तथा  $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{2}{3}$  है, तो P(B) का मान ज्ञात करो। 2

Two events A and B are such that  $P(A) = \frac{1}{4}, P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{1}{2}$  and  $P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{2}{3}$ , then find out the value of P(B).

5. निम्न समीकरणों को हल करो : 3

$$\tan^{-1} \frac{1}{1+2x} + \tan^{-1} \frac{1}{4x+1} = \tan^{-1} \frac{2}{x^2}$$

Solve the equation :

$$\tan^{-1} \frac{1}{1+2x} + \tan^{-1} \frac{1}{4x+1} = \tan^{-1} \frac{2}{x^2}$$

16.  $\frac{dy}{dx}$  ज्ञात कीजिये यदि :

$$x = a \left( \cos t + \log \tan \frac{t}{2} \right), y = a \sin t$$

Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $x = a \left( \cos t + \log \tan \frac{t}{2} \right), y = a \sin t$

17. यदि  $x^3 + y^3 - 3axy = 0$  तब सिद्ध कीजिये :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2a^3xy}{(ax - y^2)^3}$$

If  $x^3 + y^3 - 3axy = 0$  then prove that :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{2a^3xy}{(ax - y^2)^3}$$

18. समाकलन कीजिये :

$$\int \frac{x^2 + 8x + 4}{x^3 - 4x} \cdot dx$$

Integrates :

$$\int \frac{x^2 + 8x + 4}{x^3 - 4x} \cdot dx$$

19. सिद्ध कीजिए कि  $y = \frac{C-x}{1+Cx}$  अवकल समीकरण  $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + (1+y^2) = 0$  का हल है। 3

Prove that the solution of differential equation  $(1+x^2) \frac{dy}{dx} + (1+y^2) = 0$  is  $y = \frac{C-x}{1+Cx}$

20. एक त्रिभुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये, जिसके शीर्ष बिन्दु A (1, 1, 1), B (1, 2, 3), C (2, 3, 3) है। 3

Find the area of a triangle ABC whose vertices are given below :

$$A (1, 1, 1), B (1, 2, 3), C (2, 3, 3)$$

21. कल्पना कीजिये की 5% पुरुषों व 0.25% महिलाओं के बाल सफेद हैं। एक सफेद बाल वाले व्यक्ति को यादृच्छया चुना गया है। इस व्यक्ति के पुरुष होने की प्रायिकता है यदि पुरुषों व महिलाओं की संख्या समान है। 3

Imagine that 5% male and 0.25% female have white hair. One white hair person select randomly. Find the probability of male. If men and female are equal in numbers.

22. यदि  $A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$  हो तो  $A^{-1}$  ज्ञात कीजिये तथा इसकी सहायता से निम्नलिखित रेखिक समीकरण

निकाय को हल कीजिये : 4

$$x + y + 2z = 0$$

$$x + 2y - z = 9$$

$$x - 3y + 3z = -14$$

If matrix  $A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix}$  then find  $A^{-1}$  of A and solve given system of linear

equations with the help of above

$$x + y + 2z = 0$$

$$x + 2y - z = 9$$

$$x - 3y + 3z = -14$$

23. फलन  $f(x) = |x-1| + |x+2|$  की अन्तराल  $[0, 2]$  में अवकलनीयता का परीक्षण कीजिये। 4

Examine the differentiability of function  $f(x) = |x-1| + |x+2|$  interval  $[0, 2]$ .

24. अधिकतम  $Z = -x + 2y$  4

व्यवरोध  $x \geq 3$  तथा  $x \geq 0, y \geq 0$

$$x + y \geq 5$$

$$x + 2y \geq 6$$

Maximize  $Z = -x + 2y$

S.t.  $x \geq 3$   
 $x + y \geq 5$   
 $x + 2y \geq 6$   
 and  $x \geq 0, y \geq 0$

25. समाकलन कीजिये :  $\int e^{4x} \cos 4x \cos 2x \cdot dx$  6

Integrate :  $\int e^{4x} \cos 4x \cos 2x \cdot dx$

अथवा (OR)

सिद्ध कीजिये :  $\int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx = \pi \log_e \left( \frac{1}{2} \right)$

To prove :  $\int_0^{\pi} \log(1 + \cos x) dx = \pi \log_e \left( \frac{1}{2} \right)$

26. दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  तथा रेखा  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  के मध्यवर्ती लघु क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये। 6

Find the area of small field between ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  and line  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ .

अथवा (OR)

वृत्त  $x^2 + y^2 = 16$  व रेखा  $y = x$  तथा  $x$ -अक्ष के मध्यवर्ती प्रथम चतुर्थांश में स्थित क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Calculate the area of the region bounded by circle  $x^2 + y^2 = 16$ , line  $y = x$  and  $x$ -axis in first quadrant.

27. निम्न रेखाओं के मध्य लघुत्तम दूरी ज्ञात कीजिये  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = Z$  और  $\frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1}, Z=2$  6

Find minimum distance between given lines  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = Z, \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1}, Z=2$

अथवा (OR)

समतल  $\vec{r} \cdot (6\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}) + 7 = 0$  पर मूल बिन्दु से डाले गये लम्ब की दिक्कोज्याएँ ज्ञात करो।

Calculate direction cosine of perpendicular on the plane  $\vec{r} \cdot (6\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 3\mathbf{k}) + 7 = 0$  from the origin.