

अर्द्धवार्षिक परीक्षा सत्र 2022-23,

कक्षा-12

समय : 3.15 घंटे

विषय- गणित

पूर्णांक : 70

- नोट : 1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।  
2. सभी प्रश्नों के अंक उनके सम्मुख अंकित हैं।  
3. निर्बंधात्मक प्रश्न संख्या 27 -30 में आंतरिक विकल्प दिया गया है।

1.  $\sin^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  का मान लिखिए। 1
2. ✓ यदि  $\begin{bmatrix} k+4 & -1 \\ 3 & k-6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$  हो तो a का मान ज्ञात कीजिए। 1
3. ✓ यदि  $y = \cos \sqrt{3x}$  हो तो  $\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए। 1
4. ✓ वक्र  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  पर बिंदु  $(\sqrt{2}a, b)$  से खींची गई स्पर्शरेखा का झुकाव ज्ञात कीजिए। 1
5. ✓ अवकल समीकरण  $x^3 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^2 + x \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 = 0$  की घात ज्ञात कीजिए। 1
6. ✓ यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$  और  $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$  हो तो  $\vec{a} + \vec{b}$  के अनुदिश मात्रक सदिश ज्ञात कीजिए। 1
7. ✓  $(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b})$  का मान ज्ञात करो। 1
8. ✓ x अक्ष के समांतर और बिंदु  $(0, 0, 0)$  से होकर जाने वाली रेखा का सदिश समीकरण ज्ञात करो। 1

9. प्रदत्त व्यवरोधों  $x + y \leq 1200$ ,  $x - 3y \geq 600$ ,  $2y - x \leq 0$ ,  $x, y \geq 0$  के अंतर्गत छायांकित क्षेत्र A, B, C, D है जहाँ बिंदुओं A, B, C, D के निर्देशांक क्रमशः A(0, 0), B(600, 0), C(1050, 150), D(800, 400) है।  $Z = 12x + 16y$  का अधिकतम लाभ ज्ञात कीजिए। 1

10. एक बॉक्स जिसमें 10 काली और 8 लाल गेंदें हैं। दो गेंदें बॉक्स में से निकाली जाती है तो पहली गेंद के काली और दूसरी गेंद के लाल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए यदि गेंद बिना प्रतिस्थापन के निकाली जाती है। 1

11. यदि  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  हो तो सत्यापित कीजिए कि  $A^2 = 2A$ . 2

12. यदि  $y = \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \sqrt{\log x + \dots \infty}}}$  हो तो

$\frac{dy}{dx}$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

13. यदि  $A = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & 7 & 4 \\ 1 & -x & -3 \end{bmatrix}$  एक सममित आव्यूह है तो  $x$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

14. एक गोले की त्रिज्या 7 cm मापी जाती है जिसमें 0.01 cm की त्रुटि है। इस त्रुटि के कारण इसके आयतन की गणना में सन्निकट त्रुटि ज्ञात कीजिए। 2

15. अंतराल  $[1, 3]$  में  $f(x) = 2x^3 - 24x + 107$  का निरपेक्ष उच्चतम मान ज्ञात कीजिए। 2

16.  $\int \frac{dx}{16x^2 - 1}$  का मान ज्ञात कीजिए। 2

17. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = 0$  का व्यापक हल ज्ञात कीजिए। 2

18. अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} = y \frac{1+x}{1-x}$  का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए जहाँ  $y = 1$  यदि

$x = 0$

2

19. यदि  $\vec{a} = 2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  और  $\vec{b} = 6\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$  हो तो  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  ज्ञात कीजिए और सदिश  $\vec{a}$  और सदिश  $\vec{b}$  के बीच का कोण ज्ञात कीजिए। 2

20. सदिश  $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$  की दिक् कोज्याएं ज्ञात कीजिए। 2

21. यदि वास्तविक संख्याओं में परिभाषित फलन  $f$  इस प्रकार है कि

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{यदि } x > 0 \\ 0 & \text{यदि } x = 0 \\ -1 & \text{यदि } x < 0 \end{cases}$$

तो सिद्ध कीजिए कि  $f$  न तो एकैकी है और न ही आच्छादक। 3

22. निम्न फलन को सरलतम रूप में लिखिए। 3

$$f(x) = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} ; x < \pi$$

23. यदि  $x = at^2$  और  $y = 2at$  हो तो  $\frac{d^2y}{dx^2}$  का मान ज्ञात कीजिए। 3

24. समाकलन  $\int \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए। 3

25. निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत  $Z = 3x + 5y$  का न्यूनतमीकरण कीजिए जहाँ  $x + 3y \geq 3$ ,  $x + y \geq 2$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ । 3

26. रेखाओं  $\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(-\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k})$  तथा  $\vec{r} = (\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}) + \mu(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$  के बीच की न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए। 5 27.

27. आव्यूह  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 5 \end{bmatrix}$  की व्युत्क्रमणीय आव्यूह ज्ञात कीजिए। 5

अथवा

सिद्ध कीजिए कि  $\begin{vmatrix} x+4 & 2x & 2x \\ 2x & x+4 & 2x \\ 2x & 2x & x+4 \end{vmatrix} = (5x+4)(x-4)^2$

28.  $\int_0^1 \frac{2x+3}{5x^2+1} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

5

अथवा

$\int_0^x \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$  का मान ज्ञात कीजिए।

29. परवलय  $y = x^2$  एवं  $y = |x|$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

5

अथवा

दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

30. 52 ताशों की गड्डी में से एक पत्ता खो जाता है। शेष पत्तों में से दो पत्ते निकाले जाते हैं जो ईट के पत्ते हैं। खो गए पत्ते की ईट का पत्ता होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

5

अथवा

एक न्याय्य सिक्के की तीन उछालों पर प्राप्त चित्त की संख्या का माध्य ज्ञात कीजिए।

